

# Comparação de Modelos de Afilamento do Tronco para Diferentes Idades e Regimes de Desbaste em Plantações de *Pinus oocarpa* Schiede

---

*Sebastião do Amaral Machado<sup>1</sup>*

*Edilson Urbano<sup>2</sup>*

*Marcio Barbosa da Conceição<sup>3</sup>*

*Afonso Figueiredo Filho<sup>4</sup>*

*Décio José de Figueiredo<sup>5</sup>*

## RESUMO

O presente trabalho objetivou testar vários modelos de afilamento e selecionar o de melhor ajuste. Os dados usados, pertencentes a Duraflora S. A., de Agudos – SP, compõem-se de 1100 árvores de *Pinus oocarpa* distribuídas em 11 regimes de manejo, com idade variando de 5 a 25 anos e tratamentos de 0 a 6 desbastes. Foram medidos os diâmetros de todas as árvores ao longo do fuste, nas alturas de 0.1 m, 1.3 m, 2.1 m, e daí a cada 2 metros até um diâmetro mínimo de 3 cm, e também a altura total. Com base nestes diâmetros foi calculado o volume de todas as árvores, através da fórmula de Smalian. Em seguida foram ajustados os modelos: Polinomial do 5º grau, Polinomial de 2º grau, Polinômio de Potência Fracionária, além dos modelos de razão de volume de Amateis & Burkhart, e o de Clutter. A seleção do melhor modelo foi baseada num “ranking” com o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o erro padrão da estimativa em percentagem ( $Sy_x\%$ ) e posterior análise gráfica de perfil para detectar o modelo que proporcionou estimativas mais acuradas de diâmetro com e sem casca. Analisando-se os resultados concluiu-se que o melhor modelo para expressar, em média, o diâmetro

---

<sup>1</sup> Professor Sênior do Departamento de Ciências Florestais - Universidade Federal do Paraná. sammac@floresta.ufpr.br

<sup>2</sup> Acadêmico de Engenharia Florestal - Universidade Federal do Paraná. edurbano@floresta.ufpr.br

<sup>3</sup> Mestrando em Engenharia Florestal - Universidade Federal do Paraná. marciobc@floresta.ufpr.br

<sup>4</sup> Pesquisador do CNPq. Professor do Departamento de Ciências Florestais - Universidade Federal do Paraná. afig@floresta.ufpr.br

<sup>5</sup> Professor do Departamento de Ciências Florestais - Universidade Federal do Paraná. deciofig@floresta.ufpr.br

ao longo das seções das árvores de *Pinus oocarpa*, e que melhor descreve o perfil destas, foi o de Potência Fracionária.

**Palavras-chave:** Perfil do fuste, ajuste de modelos, regimes de manejo.

# Comparison of Taper Functions for Different Ages and Thinning Regimes in *Pinus oocarpa* Plantations.

## ABSTRACT

The present research work aimed to test several taper models and to select the one of the best adjustment. The used data, belonging to Duraflora S. A. Located in the county of Agudos, State of São Paulo, is composed of 1100 trees of *Pinus oocarpa* distributed in 11 management regimes. The adjusted models were: Polinomial of the 5th degree, Polinomial of 2nd degree, Polynomial of Fractionary power, beside the models of volume ratio from Amateis & Burkhart, and the one from Clutter. The selection of the best model was based on a " ranking " with the determination coefficient (R<sup>2</sup>) and the standard error of estimate in percentage (Syx%) and posterior graphic analysis of the stem profile to detect the model that provided diameter estimates more acurated inside and outside bark. Analyzing the results it was concluded that the best model to express, on the average, the diameter along the stem of the trees of *Pinus oocarpa*, and best describes the profile of the trees, was that one of Fractionary Power.

**Key-words:** Stem profile, taper function, management regimes.

## 1. INTRODUÇÃO

As espécies do gênero *Pinus* têm sido usadas amplamente em programas de reflorestamento e dentre esses os *Pinus* tropicais têm sido usados no Brasil, notadamente nas regiões mais quentes.

A precisão da avaliação quantitativa de estoques florestais é de fundamental importância no sentido de direcionar a matéria-prima para diferentes usos. A partir de dados provenientes de inventário é possível definir um plano de manejo visando à utilização de multiprodutos da floresta, bem como obter os volumes comerciais e ainda volumes de partes específicas do fuste. A estimativa desses volumes é dificultada principalmente pela variação da forma do perfil do fuste.

O volume constitui uma das informações de maior importância para o conhecimento do potencial florestal disponível em uma região, sendo que o volume individual fornece um ponto de partida para avaliação do conteúdo lenhoso dos povoamentos florestais.

O aproveitamento de uma árvore deve ser feito de maneira que nos dê maior retorno financeiro; assim, quando uma mesma árvore tem diversos usos finais, o seu valor agregado é maior, pois alcança preços diferentes no mercado. O conhecimento desta proporcionalidade tornou-se importante para fins de planejamento da produção em um dado momento ou durante o ciclo da espécie. O conhecimento desta proporcionalidade denomina-se agrupamento (sortimento, classificação, cluster). O sortimento é o “seccionamento” da árvore pelas dimensões, diâmetro e comprimento. Quanto maior o diâmetro e o comprimento, maiores as dimensões das peças resultantes, e, conseqüentemente, maior preço.

Segundo Ahrens & Holbert (1981), uma função de afilamento ou “taper” é uma descrição matemática do perfil longitudinal de um tronco, e seu volume pode ser obtido por integração dessa função e assim, em termos geométricos, o tronco é tratado como um sólido de revolução. Do ponto de vista dendrométrico, a forma do fuste de árvores genericamente é sua configuração externa que, a rigor, não se identifica com a forma de um sólido geométrico específico, mas sim com vários, segundo a porção do tronco considerada. De maneira mais restrita, a forma do fuste pode ser associada ao termo afilamento, que representa a diminuição do diâmetro com o aumento da altura, tendência natural que ocorre na maioria das espécies e como tal pode ser expressa por uma função matemática que descreve a tendência dessa variação. Afilamento do tronco (“taper”), tem sido definida como o decréscimo em diâmetro da base para sua extremidade superior. As funções de afilamento permitem a estimativa do diâmetro numa altura qualquer do fuste, da altura comercial para um dado diâmetro superior, ou ainda do volume até um diâmetro mínimo qualquer ou ainda de qualquer segmento ao longo do fuste.

Os modelos polinomiais são de uso freqüente no meio florestal, caracterizando-se por ajuste de regressão entre a relação de diâmetros ( $di/DAP$ ) ou  $(di/DAP)^2$  e de alturas  $(hi/H)^n$  ou  $[(H-hi)/H]^n$ . Dentre eles destacam-se o polinômio do quinto grau e o modelo espelhado na função parabólica de Kozak et al. (1969).

Apesar do largo emprego, os modelos polinomiais não explicam, de maneira acurada, as deformações existentes na base do tronco das árvores. Conforme trabalho de Rosot (1989), o pesquisador Hradetzki (1976), realizou um minucioso estudo de potências que seriam mais apropriadas na descrição da forma da árvore, sugerindo o processo "stepwise", para expoentes variando de 0,005 a 25.

Clutter (1980) utilizou uma equação de volume, pressupondo que qualquer equação de volume comercial de topo variável, implicitamente define uma associada função de afilamento. Este caminho é inverso ao tradicional trilhado para obter as funções de afilamento.

Visa-se neste estudo, principalmente, testar diversos modelos matemáticos para expressar o ajuste ao perfil do tronco para diversas idades e tratamentos, verificando a sua evolução ao longo do tempo e destas escolher a melhor função de afilamento a ser empregada para a estimativa dos volumes total e comercial, da altura comercial e do diâmetro superior, tendo como fim constituir uma base para um sistema de estimativas de multiprodutos florestais para *Pinus oocarpa*.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 Caracterização e localização da área de estudo

Os dados para desenvolver este estudo foram obtidos em plantios de *Pinus oocarpa*, pertencentes à empresa Duraflora S.A., situada na região sudoeste do Estado de São Paulo, no Município de Agudos. Conforme Golfari et al. (1978), esta região apresenta, como características básicas, a periodicidade de chuvas, invernos secos com deficiência hídrica, precipitação anual entre 1100 e 1400 mm, geadas com pouca freqüência, temperatura média entre 16 e 19° C, tipo de clima submontano ou subtropical moderado úmido, tipo de vegetação floresta ombrófila pluvial e campos submontanos, e altitude de aproximadamente 900 metros.

## Coleta de dados

Foram obtidos os diâmetros e as respectivas alturas de 1100 árvores em várias classes de idade e sujeitas a diferentes números de desbastes. Os regimes de manejo implementados na área, número de desbastes e idade, bem como os valores mínimos e máximos dos DAP's e das alturas podem ser observados nas Tabelas 1 e 2. Foram, portanto, 11 regimes de manejo com 100 árvores cada.

**Tabela 1.** Especificação dos regimes de manejo.

Regime de manejo	Idade (anos)	Nº de desbastes	Nº de árvores
A	5	0	100
B	6	0	100
C	7	0	100
D	8	1	100
E	10	2	100
F	11	2	100
G	12	3	100
H	15	4	100
I	19	5	100
J	22	6	100
L	25	6	100

**Tabela 2.** Caracterização dos regimes de manejo.

Regime manejo	DAP (cm)			Altura (m)			Volume (m <sup>3</sup> )		
	mín.	médio	máx.	mín.	médio	máx.	mín.	médio	máx.
A	4,4	17,5	20,4	5,2	9,6	12,7	0,005	0,0636	0,1912
B	6,1	13,6	20,3	8,2	12,6	16,3	0,0175	0,1033	0,2533
C	6,3	14,7	24,1	7,9	13,7	17,8	0,0205	0,1293	0,4252
D	7,1	14,4	23,1	10,5	16,3	18,8	0,0289	0,1321	0,3104
E	9,2	17,2	26,2	13,2	16,9	20,9	0,0461	0,217	0,4939
F	7,2	14,8	23,1	10,4	16,3	19,8	0,0231	0,1574	0,3784
G	7,1	15,8	25,4	10,5	16,3	20,5	0,0227	0,1797	0,4733
H	18	24,3	32,1	19,3	23,8	28	0,2262	0,5273	0,9864
I	20,5	30,2	42,2	23	26,4	28,9	0,3982	0,9333	1,9615
J	25	33,4	43,5	24	26,4	29,6	0,5672	1,1697	2,1244
L	27,5	35,9	49	22,8	26,2	28,4	0,6983	1,3584	2,5193

### ***Cálculo dos volumes reais***

Foram medidos diâmetros com e sem casca ao longo do fuste de todas as 1100 árvores nas alturas de 0,1 m; 1,3 m; 2,1 m e daí a cada 2 m até um diâmetro mínimo de 3 cm, bem como as respectivas alturas totais. Após arquivar e conferir os dados obtidos para cubagem rigorosa, foram calculados os volumes totais, com e sem casca, de todas as 1100 árvores, empregando para tal a conhecida fórmula de Smalian. Os volumes das pontas, cujo diâmetro da base era 3 cm, foram calculados através de fórmula do volume do cone.

### ***Funções de afilamento testadas***

As funções testadas foram os modelos de Prodan (1965), de Kozak et al (1969), bem como o modelo de potência fracionária de Hradetzky (1976).

Como o polinômio de 5º grau, mesmo representando bem o perfil da árvore como um todo, não o representa tão bem na porção inferior, já que há mais irregularidade da forma e sinuosidade na base da árvore que nas partes superiores. Hradetzky (1976) sugeriu a utilização de potências de grau mais elevado para representar a base da árvore, em conjunto com as potências fracionárias de grau baixo para representar a porção superior do tronco. Neste trabalho foi utilizado o procedimento "Stepwise", testando-se potências variando de 0,005 a 25 para construção do modelo de melhor ajuste.

Também foram utilizados os modelos de Clutter (1980) e o modelo de Amateis e Burkhart (1987) que expressam a razão entre os volumes e que, por sua vez, geram funções de afilamento.

### ***Polinômio de 5º grau ou modelo de Prodan (1965)***

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_i}{H} \right)^5 + \varepsilon_i$$

### ***Polinômio de potência fracionária ou modelo de Hradetzky (1976)***

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i^{p1}}{H^{p1}} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i^{p2}}{H^{p2}} \right) + \dots + \beta_n \left( \frac{h_i^{pn}}{H^{pn}} \right) + \varepsilon_i$$

**Polinômio de 2º grau ou modelo de Kozak et al. (1969)**

$$\frac{d_i}{DAP} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2} + \varepsilon_i$$

Onde:

DAP = Diâmetro a 1,30 m de altura (cm);

$d_i$  = Diâmetro do fuste medido a uma altura  $h_i$  (cm);

$h_i$  = Altura medida ao longo do fuste (m);

$H$  = Altura total (m);

$\beta_{is}$  = Parâmetros dos modelos a serem estimados;

$p_{is}$  = Potências dos polinômios de Hradetzki a serem selecionados;

$\varepsilon_i$  = Erro de estimativa.

**Razões de volume de Amateis e Burkhart (1987)**

Volume até qualquer diâmetro superior:

$$V_c = V \left( 1 - a_0 \frac{d_i^{a_1}}{D^{a_2}} \right) + \varepsilon_i$$

Volume até qualquer altura comercial:

$$V_c = V \left( 1 - b_0 \frac{(H - hc)^{b_1}}{H^{b_2}} \right) + \varepsilon_i$$

Igualando os modelos tem-se:

$$a_0 \frac{d_i^{a_1}}{D^{a_2}} = b_0 \frac{(H - hc)^{b_1}}{H^{b_2}}$$

Resolvendo-a em função do diâmetro, obtém-se:

$$d_i = \left[ \frac{b_0 D^{a_2} (H - hc)^{b_1}}{a_0 H^{b_2}} \right]^{\frac{1}{a_1}}$$

Resolvendo-a em relação à altura comercial, obtém-se:

$$hc = H - \left[ \frac{a_0 H^{b_2} d_i^{a_1}}{b_0 D^{a_2}} \right]^{\frac{1}{b_1}}$$

### *Razões de volume, modelo de Clutter (1980)*

Equação de volume:

$$V = b_1 D^{b_2} H^{b_3}$$

Equações de volume comercial:

$$V_c = V (1 - a_0 d_i^{a_1} D^{a_2})$$

O diâmetro é definido pela equação:

$$d = \left\{ K \left( \frac{1}{b_1 D^{b_2} H^{b_3}} \right) \left( \frac{1}{a_0} \right) D^{-a_2} \left[ \frac{(a_1 - 2)}{a_1} \right] (H - hc) \right\}^{\left[ \frac{1}{(a_1 - 2)} \right]}$$

e a altura:

$$hc = H - d_i^{a_1 - 2} K^{-1} b_1 D^{b_2} H^{b_3} a_0 D^{a_2} \left( \frac{a_1}{(a_1 - 2)} \right)$$

Onde:

$V_c$  = Volume comercial com casca, até um diâmetro ou altura comercial previamente definido ( $m^3$ );

$V$  = Volume total com casca ( $m^3$ );

$hc$  = Altura comercial;

$K = \pi/40.000$

$d_i$ ,  $D$ ,  $H$ ,  $a_i$ ,  $b_i$  e  $\epsilon_i$  já definidos anteriormente.

### **Seleção do melhor modelo**

A seleção do melhor modelo de função de afilamento foi baseada nos seguintes critérios estatísticos de escolha: coeficiente de determinação, erro padrão da estimativa em percentagem, além da análise gráfica de resíduos.

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) expressa o quanto da variação da variável dependente é explicada pelas variáveis independentes. Quanto mais próximo de



um for o valor do  $R^2$ , melhor terá sido o ajuste. O erro padrão da estimativa ( $Sy_x$ ) é uma estatística que mede a dispersão média entre os valores observados e estimados ao longo da linha de regressão, sendo que, quanto mais baixo for o valor do  $Sy_x\%$ , melhor terá sido o ajuste. Para os modelos onde a variável dependente sofreu transformação, é necessário ressaltar que se deve recalculer o erro padrão residual e o coeficiente de determinação, a fim de que se possa comparar estatisticamente as equações.

Esse recálculo foi feito da seguinte maneira:

$$Sy_{x_{recalculado}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \hat{d}_i)^2}{(n - p)}}$$

$$R^2_{corrigido} = \left[ 1 - \left( \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}} \right) \right]$$

$Sy_{x_{recalculado}}$  = Erro padrão da estimativa em cm;

$d_i$  = Diâmetro observado (cm);

$\hat{d}_i$  = Diâmetro estimado pelos modelos (cm);

$n$  = Número de diâmetros observados;

$p$  = Número de coeficientes da função;

$R^2_{corrigido}$  = Coeficiente de determinação para o  $d_i$ ;

$SQ_{res}$  = Soma de quadrados dos resíduos;

$SQ_{tot}$  = Soma de quadrados totais.

Apesar de os estimadores de ajuste serem bons indicadores para a escolha do melhor modelo, é indispensável a análise gráfica de resíduos para a escolha em questão, pois permite detectar se há ou não tendenciosidade na estimativa da variável dependente ao longo da linha de regressão, se os resíduos são independentes ou se há homogeneidade na variância. De acordo com Draper e Smith (1966), o uso dos resíduos na forma relativa (percentagem), em função da variável dependente estimada, é o mais adequado para se ter uma melhor noção da dimensão das sub e super estimativas do valor real e a comparação entre os

diversos modelos ajustados. A avaliação gráfica, embora seja subjetiva, fornece suporte à escolha da melhor equação já julgada com base nas estatísticas citadas anteriormente.

Para facilitar a escolha do melhor modelo foi feito um ordenamento entre os modelos testados, para os 11 tratamentos analisados. Segundo Bartoszeck (2000), o objetivo deste ordenamento ("ranking"), é saber qual modelo, em média, teve a melhor performance.

Analisando-se as estatísticas de precisão pertencentes a cada modelo para cada um dos tratamentos individuais, foi atribuída nota 1 ao modelo que apresentou melhor desempenho quanto ao  $R^2$  e ao  $Syx\%$  corrigidos, nota 2 àquele que se apresentou em segundo lugar, e assim sucessivamente. Após esta classificação individual, foi feita uma soma desta pontuação, para a mesma função em todos os tratamentos, uma a uma. Na classificação geral, a equação que recebeu o menor valor, após a análise gráfica de resíduos (se não tendenciosa), será a equação recomendada como a mais adequada para o uso.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### Exponentes selecionados para o ajuste do modelo de Hradetzky

Tomando como exemplo o regime de manejo A, o modelo de potência fracionária de Hradetzky terá a seguinte expressão:

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{0,7} + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{14} + \beta_3 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{0,005} + \beta_4 \left( \frac{h_i}{H} \right)^4$$

Como se pode observar, para o caso do ajuste do polinômio ao perfil do tronco com casca, a maioria dos regimes de manejo terá 4 expoentes e portanto 4 termos; os regimes J e L terão 5 termos e os regimes H e I terão 6 termos. Também se pode observar na tabela 3 que o expoente 0,005 foi selecionado para compor o polinômio de potência fracionária em absolutamente todos os tratamentos tanto com casca, como sem casca.

O expoente de grau elevado, isto é, acima de 4, faz parte das equações de todos os tratamentos.

**Tabela 3.** Expoentes seleccionados pelo método “forward stepwise”, para cada regime de manejo.

Regime de manejo	Com casca	Sem casca
A	0,7; 14; 0,005; 4	0,9; 9; 0,005; 5
B	0,7; 5; 0,005; 11	1; 4; 0,005; 11
C	0,6; 7; 0,005; 4	1; 6; 0,005; 5
D	0,6; 10; 0,005; 5	1; 8; 0,005; 3
E	0,9; 9; 0,005; 6	2; 0,005; 10
F	0,6; 11; 0,005; 5	1; 9; 0,005; 5
G	0,7; 11; 0,005; 5	1; 7; 0,005; 2
H	1; 7; 0,07; 13; 0,005; 25	2; 0,1; 6; 0,005; 10; 25
I	1; 8; 0,06; 11; 0,005; 25	2; 0,1; 9; 0,005; 7; 25
J	1; 11; 0,07; 10; 0,005	2; 0,005; 14
L	2; 0,09; 5; 0,005; 14	2; 0,005; 5

### Coefficientes e parâmetros estatísticos

Os parâmetros estatísticos de ajuste e precisão ( $R^2_{aj.}$ , coeficiente de determinação ajustado e  $Sy_x\%$ ) e os coeficientes resultantes do ajuste, para todos os regimes de manejo, com e sem casca, estão apresentados nas Tabelas 4 e 5 (Potência Fracionária) e nas Tabelas 6 e 7 (Polinomial do 5º grau). Estas duas funções foram as que tiveram o melhor desempenho para todos os tratamentos com e sem casca, comparativamente ao polinômio de segundo grau (Kozak) e as razões de volume de Amateis e Burkhart e a de Clutter, também testadas para todos os casos. Os resultados destas três funções não foram apresentados neste trabalho por questão de limitação do número de páginas.

As tabelas 4 e 5 apresentam os coeficientes das equações de potência fracionária, respectivamente com e sem casca. Para ambos os casos, tanto o  $R^2$  como o  $Sy_x\%$  resultaram bastante satisfatórios. Os  $R^2$  variaram de 0,970 para o regime de

manejo D a 0,987 para o regime E, ambos com casca, para o polinômio de potência fracionária. Já para o polinômio de 5º grau a variação do  $R^2$  foi de 0,963 no regime de manejo J a 0,994 para o regime G (Tabela 6). Observando estas quatro tabelas, verifica-se que os  $R^2$  foram sempre altos para os dois polinômios, tanto com casca como sem casca.

Como se pode observar nas tabelas 4, 5, 6 e 7, os erros padrões da estimativa em porcentagem (Syx%) variaram de 2,094 % a 10,34 % para os dois polinômios de melhor ajuste. Portanto, quanto a esta estatística, o desempenho de ambas funções foi satisfatório. Adicionalmente, o "F" calculado foi sempre altamente significativo, realçando que estes dois modelos são apropriados como função de afilamento do fuste. Resultados similares foram encontrados por Fischer (1997), Assis (2000), Rosot (1989) e Hradetzky (1976).

Os modelos de Kozak, o de Amateis e Burkhart e o de Clutter, embora tenham apresentado estatísticas de ajuste e precisão satisfatórias para a maioria dos regimes de manejo, no cômputo geral foram inferiores aos polinômios de potência fracionária e o de quinto grau. Entre todos os modelos testados, o de pior desempenho foi o de Clutter, seguido pelo de Kozak, Amateis, polinômio de quinto grau e do polinômio de potência fracionária, quando classificados numa ordem crescente de desempenho. Este desempenho dos cinco modelos testados podem ser mais claramente observados nas tabelas 8 e 9, as quais apresentam o ordenamento (ranking) de cada um deles, para cada regime de manejo e para o total. Como se pode observar nestas duas tabelas, o polinômio de potência fracionária quase sempre ocupou a primeira ou a segunda posição, tanto no que se refere ao  $R^2$  como ao Syx%.

**Tabela 4.** Coeficientes e estatísticas para o modelo polinomial de potência fracionária, com casca.

Reg.	b0	b1	b2	b3	b4	b5	b6	R2 aj.	Syx	Syx%	F
A	1,438914411	-0,851092744	0,121832571	-0,250719016	-0,4588461			0,978	0,863	9,51	4764,4
B	1,384345584	-0,828497738	-0,501944451	-0,227353299	0,179522169			0,978	0,909	9,04	5964,7
C	1,414314277	-0,757118982	0,163829096	-0,239550205	-0,58108841			0,979	0,933	8,82	6501,4
D	1,401202419	-0,756209945	0,061386883	-0,240573917	-0,46588582			0,97	1,024	9,86	5934,2
E	1,342666157	-0,648334942	0,347749823	-0,292605108	-0,74880696			0,987	0,726	6,15	13567,3
F	1,44860919	-0,720204461	0,042646134	-0,313584745	-0,45701438			0,982	0,845	7,92	8236,2
G	1,384724673	-0,7380072	-0,04266972	-0,270303144	-0,33372882			0,98	0,944	8,47	7565,1
H	1,181941866	-0,276936442	-1,39870219	-1,61739348	1,579835219	1,158768	-0,62648	0,986	0,949	5,97	11424,4
I	1,180855598	-0,298547002	-2,53661741	-1,62674784	2,760421451	1,203103	-0,68219	0,973	1,552	7,92	6675,8
J	1,190223526	-0,351593684	2,733363674	-1,103804302	-3,18635143	0,719773		0,964	1,962	8,57	5871,6
L	1,210243889	-0,040870294	-1,49063812	-0,908244679	0,930636421	0,299196		0,973	1,93	8,02	8029,2

**Tabela 5.** Coeficientes e estatísticas para o modelo polinomial de potência fracionária, sem casca.

Reg.	b0	b1	b2	b3	b4	b5	b6	R2 aj.	Syx	Syx%	F
A	1,084913302	-0,688594551	0,341002756	-0,148744804	-0,58845211			0,974	0,743	9,95	3996,3
B	1,009968165	-0,56369417	-0,43331065	-0,136999902	0,128569			0,968	0,857	10,25	4492,9
C	1,01407627	-0,507457814	0,98374976	-0,16080971	-1,32918718			0,976	0,766	8,76	5488,7
D	1,016852995	-0,451572309	-0,06670394	-0,161016731	-0,33771779			0,973	0,752	8,6	5977,2
E	1,018914205	-0,774357028	-0,18194827	-0,062490965				0,983	0,688	6,69	12572,6
F	1,062223999	-0,572433903	0,049921254	-0,179683259	-0,35973426			0,974	0,807	8,85	5652,4
G	1,012698993	-0,37971621	-0,13775354	-0,157495453	-0,33822003			0,978	0,783	8,26	6716,6
H	0,997145121	-0,413019652	-0,72001269	-0,764857647	0,412831576	0,604061	-0,11466	0,978	1,054	7,22	6671,3
I	1,02479901	-0,381622846	-0,79770036	1,442044019	0,45952541	-1,52613	-0,22054	0,965	1,596	8,77	4987,1
J	1,035044397	-0,67330557	-0,19775831	-0,164237563				0,956	1,949	9,12	7631,6
L	1,050792632	-0,678714861	-0,20761619	-0,17561353				0,961	2,073	9,25	8993,2

**Tabela 6.** Coeficientes e estatísticas para o modelo polinomial de 5º grau, com casca

Reg.	b0	b1	b2	b3	b4	b5	R2 aj.	Syx	Syx%	F
A	1,437947269	-5,487834682	21,00023548	-42,62521351	39,2306829	-13,556	0,979	0,861	9,487	3807,593
B	1,375474762	-4,699887867	14,32383631	-21,1862287	12,08158225	-1,87993	0,976	0,954	9,481	4332,389
C	1,407802109	-6,121039366	25,89002501	-54,87146367	52,39058634	-18,696	0,978	0,96	9,087	4898,41
D	1,395122121	-6,29229838	27,0346512	-57,47306098	55,47002044	-20,1363	0,969	1,039	9,99	4602,066
E	1,331891285	-5,513465406	24,27348984	-51,55875415	48,8549094	-17,3903	0,985	0,776	6,57	9522,84
F	1,438057076	-7,427264669	33,18737624	-70,7887781	68,19035016	-24,602	0,98	0,88	8,252	6131,373
G	1,373143516	-6,167704875	27,32516938	-59,75774726	58,82727679	-21,603	0,994	0,985	8,834	5495,628
H	1,169826966	-3,570206512	13,10062001	-24,56982253	20,2704434	-6,40174	0,985	0,99	6,235	12598,78
I	1,163201494	-3,528954253	13,58852015	-27,01707116	24,16174077	-8,36885	0,972	1,603	8,176	7452,292
J	1,173029722	-3,829405402	15,92033771	-33,55000033	32,47019903	-12,1866	0,963	1,985	8,668	5684,573
L	1,184385125	-3,901448356	15,04185634	-27,44122929	21,62445137	-6,5146	0,969	2,04	8,479	7079,428

**Tabela 7.** Coeficientes e estatísticas para o modelo polinomial de 5º grau, sem casca

Reg.	b0	b1	b2	b3	b4	b5	R2 aj.	Syx	Syx%	F
A	1,085065368	-2,850819264	9,021858583	-16,19885919	12,36508819	-3,42223	0,975	0,738	9,882	3231,619
B	1,006952414	-2,264020859	6,290120923	-8,5738918	2,935941446	0,61476	0,968	0,864	10,34	3529,698
C	1,011107811	-3,003746879	12,71581916	-27,56936975	25,94345165	-9,09723	0,976	0,773	8,838	4304,663
D	1,014027585	-3,01335325	13,18493826	-29,47713211	28,93698948	-10,6464	0,973	0,758	8,644	4732,019
E	1,013287974	-2,592910703	11,16378277	-24,15327321	22,52550496	-7,9573	0,998	0,215	2,094	7549,171
F	1,057943325	-3,4633355104	14,72798421	-31,82993193	30,59295483	-11,0865	0,973	0,813	8,91	4478,839
G	1,006318396	-2,875566554	12,6304386	-28,83958335	28,82358718	-10,747	0,977	0,786	8,288	5131,06
H	0,983516315	-2,228950184	8,54459276	-17,01408412	14,23744611	-4,52305	0,976	1,088	7,448	7529,278
I	1,006772706	-2,406720652	9,521984232	-19,77173424	17,92233466	-6,27362	0,963	1,638	9,002	5644,605
J	1,016933612	-2,666731775	11,54393169	-25,32636637	24,9691731	-9,53918	0,959	1,884	8,816	4898,253
L	1,027397095	-2,634856914	9,83052403	-17,12111782	12,02965852	-3,13725	0,963	2,01	8,97	5747,375



## Ordenamento dos modelos

Depois de ajustados os parâmetros  $R^2_{aj.}$  e  $Syx\%$ , confeccionou-se um ordenamento (ranking) em que a pontuação das estatísticas de precisão são apresentados nas Tabelas 8 e 9 para a escolha do melhor modelo, que em média apresentou o melhor desempenho para estimar o diâmetro com e sem casca. Este procedimento consistiu em atribuir valores para  $Syx\%$  e o  $R^2$ , para cada um dos tratamentos com e sem casca.

Os melhores e os piores modelos para a estimativa do diâmetro tanto com casca, como sem casca, foram os mesmos. O melhor (Hradetzky) foi aquele que recebeu o menor valor e os demais sucessivamente em ordem crescente até o de maior valor com pior desempenho (Clutter).

**Tabela 8.** Ordenamento das funções de afilamento, testadas quanto ao  $Syx\%$  e ao  $R^2$  corrigido, para os regimes de manejo com casca.

EQUAÇÕES	ESTATÍSTICA	Tratamentos											TOTAL	
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L		
Polinomial 5ª grau	$Syx\%$	1	2	3	2	2	2	2	2	2	2	3	23	48
	$R^2$ corr.	2	2	3	2	2	2	2	2	2	3	2	3	
Polinomial fracionária	$Syx\%$	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	31
	$R^2$ corr.	1	3	2	1	1	1	2	1	2	1	2	17	
Kozak	$Syx\%$	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	42	90
	$R^2$ corr.	3	5	5	4	5	4	5	4	4	5	4	48	
Amateis & Burkhart	$Syx\%$	4	1	2	3	3	5	3	5	3	3	2	34	64
	$R^2$ corr.	4	1	1	3	3	5	3	5	1	3	1	30	
Clutter	$Syx\%$	5	5	5	5	5	3	5	4	5	5	5	52	98
	$R^2$ corr.	5	4	4	5	4	3	4	3	5	4	5	46	

**Tabela 9.** Ordenamento das funções de afilamento testadas quanto ao Syx% e ao R<sup>2</sup> corrigido, para os regimes de manejo sem casca.

EQUAÇÕES	ESTATÍSTICAS	TRATAMENTOS											TOTAL	
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L		
Polinomial 5º grau	Syx%	2	2	2	3	1	2	2	2	3	2	1	22	43
	R <sup>2</sup> corr.	2	2	2	3	1	2	1	2	3	2	1	21	
Polinomial fracionária	Syx%	1	3	1	1	2	1	3	1	2	1	4	20	39
	R <sup>2</sup> corr.	1	3	1	1	2	1	2	1	2	1	4	19	
Kozak	Syx%	3	4	4	4	5	3	5	4	4	3	5	44	86
	R <sup>2</sup> corr.	3	4	4	4	5	3	4	3	4	3	5	42	
Amateis & Burkhardt	Syx%	5	1	3	2	3	4	4	5	1	5	3	36	70
	R <sup>2</sup> corr.	5	1	3	2	3	4	3	4	1	5	3	34	
Clutter	Syx%	4	5	5	5	4	5	1	3	5	4	2	43	92
	R <sup>2</sup> corr.	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	2	49	

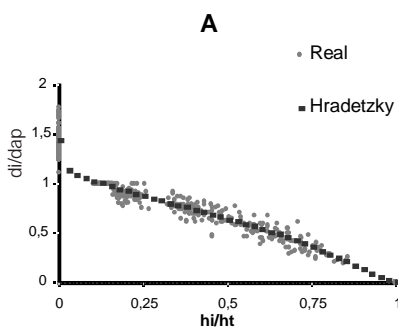
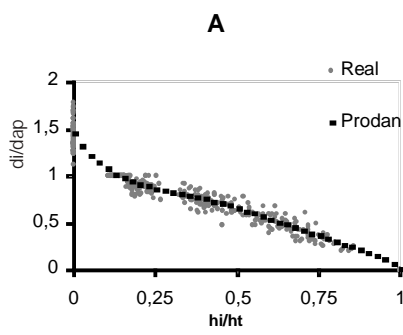
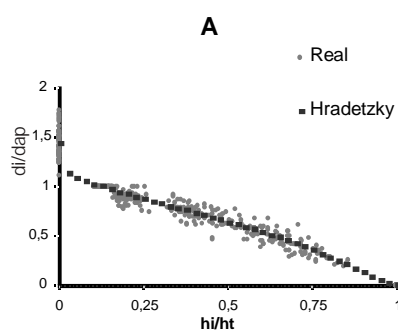
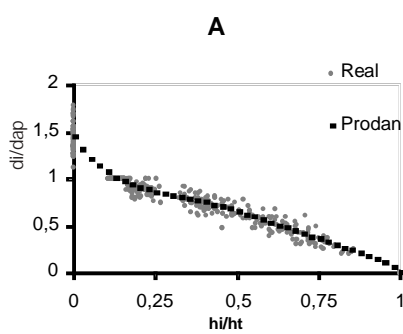
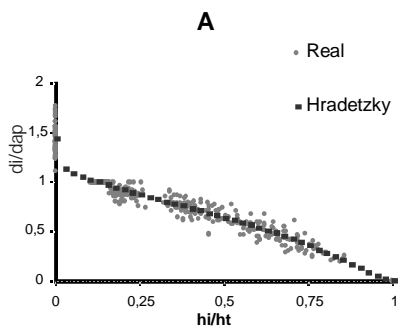
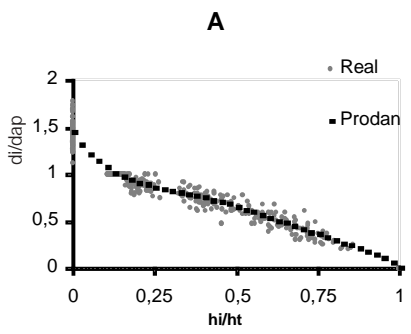
### *Análise gráfica*

Após a seleção dos melhores modelos procedeu-se à análise gráfica do perfil para os dois melhores classificados Hradetzky (1976) e Prodan (1965), para fins comparativos, Figura 1.

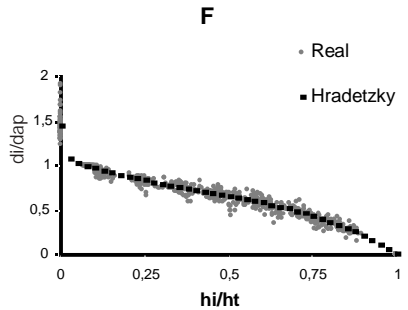
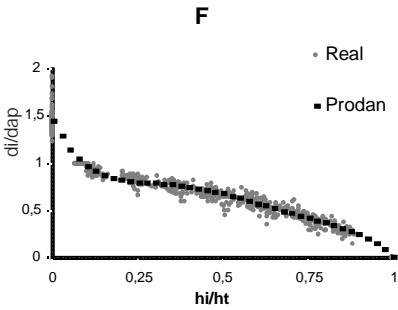
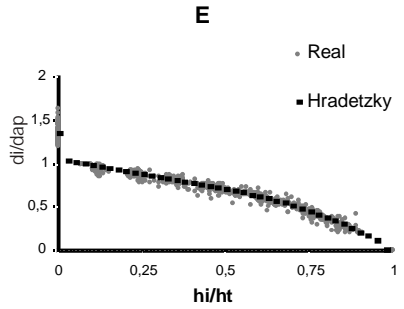
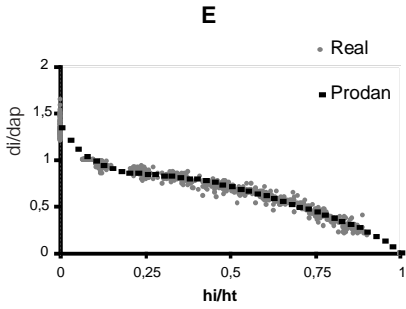
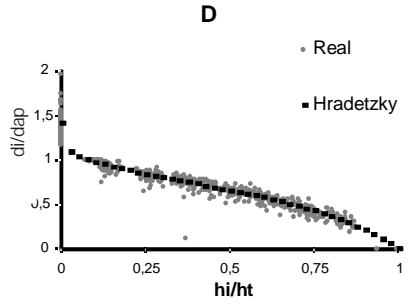
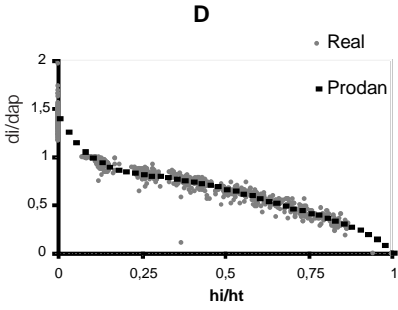
Para esta análise gráfica optou-se por traçar o perfil do fuste usando a equação ajustada sobre a dispersão de valores observados.

Observando-se os gráficos de perfil para os dois melhores modelos de afilamento testados para os diferentes regimes de manejo ficou evidente a superioridade do modelo de Potência Fracionária (Hradetzky) em todos os regimes de manejo, caracterizando-se pela flexibilidade para estimar melhor os diâmetros na base da árvore em relação à função Polinomial do 5º grau (Prodan), conforme a Figura 1, para os regimes de manejo com casca; os gráficos para os mesmos regimes de manejo, sem casca, não foram neste artigo apresentados, porém tiveram a mesma tendência.

**FIGURA 1.** Gráficos do perfil estimado pelas funções de Hradetzky e Prodan sobre a distribuição real dos dados para os regimes de manejo A à L, com casca.

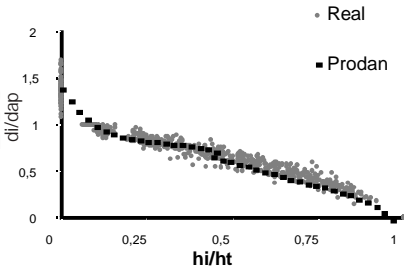


Cont...

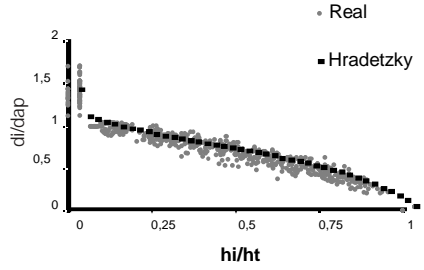


Cont. ...

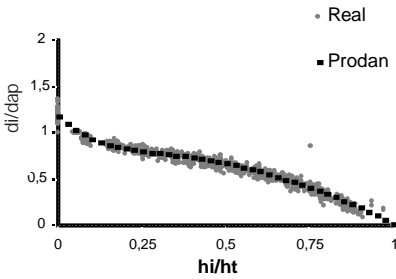
**G**



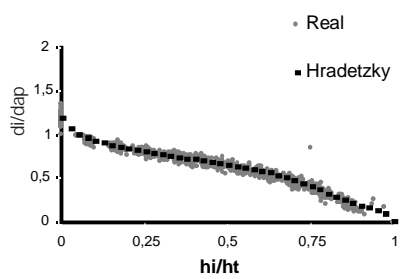
**G**



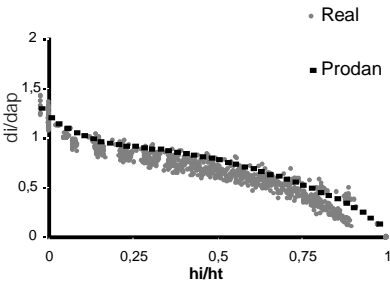
**H**



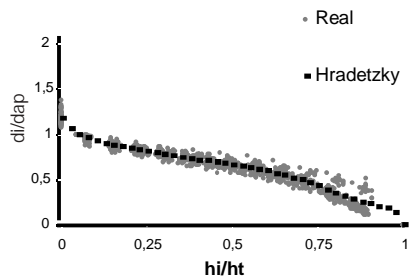
**H**



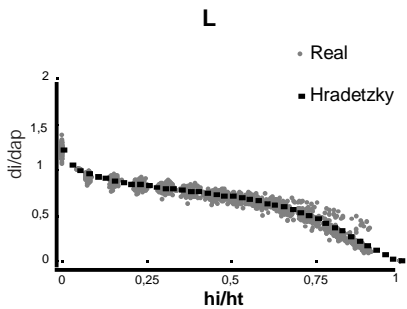
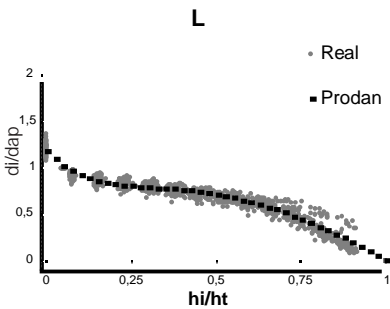
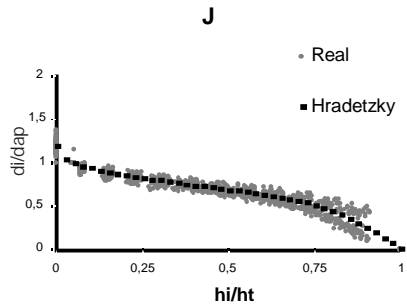
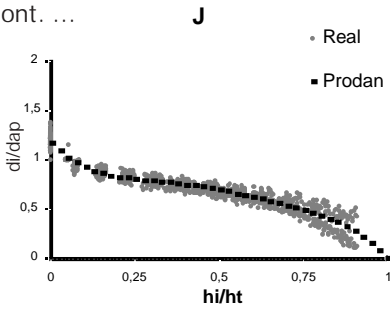
**I**



**I**



Cont. ...



## 4. CONCLUSÃO

Através do ordenamento dos modelos ajustados separadamente para cada um dos tratamentos e da análise de resíduos para os mesmos, com e sem casca, concluiu-se com base nos dados usados que o modelo de Hradetzky (1976) apresentou, em média, o melhor desempenho para estimar o diâmetro ao longo do fuste, seguido do modelo de Prodan (1965).

O modelo de Kozak, Amateis e Clutter embora tenham apresentado estatísticas de ajuste e precisão satisfatórias, mostraram-se ineficiente para estimar o diâmetro com e sem casca em todos os diferentes regimes de manejo, por apresentarem tendenciosidade nos dois extremos, conforme detectadas pelas análises gráficas.

A idade e o número de desbaste tiveram pouca influência nos resultados dos ajustes dos dois modelos de melhor desempenho, graças à flexibilidade destes em se ajustarem melhor ao perfil da árvore.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 3, , p. 37–68, dez. 1981.

AMATEIS, R. L.; BURKRART, H. E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p. 190-192, nov. 1987.

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de P. taeda**. 2000. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras.

BARTOSZECK, A. C. P. S. **Evolução da relação hipsométrica e da distribuição diamétrica em função dos fatores idade, sítio e densidade inicial em bracingais nativos da região metropolitana de Curitiba** . 2000. 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CLUTTER, J. L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science*, Washington, v. 26, n. 1, p. 117-120, 1980.

DRAPER, N.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. New York: J. Wiley, 1966. 709 p.

FISCHER, F. **Eficiência dos Modelos Polinomiais e das Razões de Volume na Estimativa Volumétrica dos Sortimentos e do Perfil do Fuste de *Pinus taeda***. 1997. 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

GOLFARI, L.; CASER, R. L.; MOURA, V. P. G. **Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil**. Belo Horizonte: Centro de Pesquisa Florestal da Região do Cerrado, 1978. 66 p.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellem forschung projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

KOZAK, A.; MUNRO, D. P.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278–283, 1969.

PRODAN, M. **Holzmesslehre**. Frankfurt: M. J. D. Sauerländers Verlag, 1965. 644 p.

ROSOT, M. A. D. **Estudo comparativo de métodos para avaliação volumétrica por unidade de área em povoamentos de *Pinus taeda* L.** 1989. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.