

# Relação Hipsométrica para *Acacia mearnsii* com Diferentes Idades

*Marcos Vinicius Winckler Caldeira<sup>1</sup>*

*Mauro Valdir Schumacher<sup>2</sup>*

*Luciano Weber Scheeren<sup>3</sup>*

*Leonir Rodrigues Barichello<sup>4</sup>*

*Luciano Farinha Watzlawick<sup>1</sup>*

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivos selecionar modelos matemáticos para estimar a altura das árvores em função do DAP e idade, em povoamentos de acácia-negra, *Acacia mearnsii* De Wild., na região Sudeste do Estado do Rio Grande do Sul. Para o ajuste dos dados de altura foram testadas 19 equações matemáticas, sendo utilizadas equações lineares aritméticas e logarítmicas e uma equação não-linear (Chapman-Richards). Como critérios estatísticos de seleção das melhores equações foram utilizados o coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}$ ), o erro padrão de estimativa ( $S_{yx}$ ), o coeficiente de variação em percentagem (CV%), o índice de Furnival em percentagem (IF%) e o valor da estatística F. Em seguida foi realizada a análise gráfica dos resíduos para os cinco melhores modelos matemáticos. A equação 16, representada por  $\log h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * 1/l + b_3 * 1/D * l$  resultou como modelo mais eficiente, estimado em função do DAP e da idade das árvores, para ajustar as alturas em povoamentos com idades de 2, 4, 6 e 8 anos de idade.

**Palavras-chave:** Relação hipsométrica, altura, diâmetro, acácia-negra.

<sup>1</sup> Engenheiro Florestal, Doutorando em Ciências Florestais, Centro de Ciências Florestais e Madeira/UFPR. Bolsista do CNPq. [caldeira@floresta.ufpr.br](mailto:caldeira@floresta.ufpr.br). Bolsista do CNPq. Autor para correspondência.

<sup>2</sup> Professor, Doutor, Adjunto do Departamento de Ciências Florestais, CCR/UFMS. Santa Maria, RS. [schuma@ccr.ufsm.br](mailto:schuma@ccr.ufsm.br)

<sup>3</sup> Engenheiro Florestal, Doutorando em Ciências Florestais, CCR/UFMS. Santa Maria, RS. [a9970027@alunop.ufsm.br](mailto:a9970027@alunop.ufsm.br)

<sup>4</sup> Engenheiro Florestal, Mestrando em Ciências Florestais, CCR/UFMS. Santa Maria, RS. [leonirb@terra.com.br](mailto:leonirb@terra.com.br)

# Hypsometrical Relation for *Acacia mearnsii* with Different Ages

## ABSTRACT

This work had as objective to select mathematical models to predict the height of trees in function of DBH and age, in black wattle stands, *Acacia mearnsii* De Wild., in Southeastern region of the State of Rio Grande do Sul, Brazil. For the adjustment of the height data 19 mathematical equations were tested, being used arithmetic and logarithmic linear equations and one no-linear equation (Chapman-Richards). The following statistical criteria were used in order to select the best equations: a) adjusted determination coefficient (Raj), b) standard error of estimate (Syx), c) variation coefficient in percentage (CV%), d) Furnival index in percentage (IF%) and e) F statistic. The analysis of residues graphic was accomplished for the five better ranked mathematical models. The equation 16, represented by  $\log h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * 1/l + b_3 * 1/D * l$  resulted as the most efficient model, estimated as function of DBH and age of trees, to adjust the heights in stands with ages of 2, 4, 6 and 8 years old.

**Keywords:** Hipsometric relation, height, diameter, Black wattle.

## 1. INTRODUÇÃO

Existe no gênero *Acacia* Mill. aproximadamente 1.200 espécies de árvores e arbustos perenifólios da família Mimosaceae, sendo o gênero mais numeroso desta família (Pedley, 1986; Binkley & Giardina, 1997). Das 1.200 espécies, mais de 800 são endêmicas da Austrália (Polhil & Raven, 1981 e Yazaki, 1997).

A espécie é originária do sudeste da Austrália, ocorrendo principalmente nas terras baixas, nas planícies costeiras e nos pequenos declives dos planaltos adjacentes perto de Sydney, New South Wales, Victoria, sul até o sudeste da Austrália Meridional e Tasmânia. Essa região de ocorrência fica situada entre latitude de 33° - 44° sul e longitude de 140° - 151° leste de Greenwich, em

altitudes que variam desde o nível do mar até aproximadamente 900 a 1100 m s.n.m. (Sherry, 1971; Yazaki, 1997). No Brasil, os plantios de acácia-negra estão em altitudes que variam de 5 a 1.000 m s.n.m. (Mantoeffel, 1991).

Em inventário florestal é usual medir os diâmetros de todas as árvores da parcela e a altura de parte delas. O conjunto desses dados é utilizado para estabelecer uma relação da altura em função do diâmetro, a qual será usada para estimar as alturas das demais árvores da parcela em função dos diâmetros já medidos (Machado et al., 1993). O uso de equações hipsométricas em trabalhos de inventário florestal tem sido utilizado freqüentemente, tornando assim os inventários mais econômicos.

A relação hipsométrica descreve a relação entre o diâmetro e a altura das árvores em um povoamento em uma determinada data (Schmidt, 1977), podendo essa relação ser representada por um modelo matemático. De acordo com o autor, a relação diâmetro/altura tem sido muito estudada por diversos pesquisadores, através da utilização de um grande número de modelos matemáticos, os quais se mostram ser mais ou menos eficientes em função da composição do povoamento e qualidade do sítio.

A necessidade de implantar o planejamento florestal torna necessário o estudo das relações biométricas, dentre as quais, a relação hipsométrica, pois esta possibilita conhecer com precisão a altura das árvores indiretamente, reduzindo o tempo e o custo do levantamento de dados no inventário florestal (Zanon et al., 1996).

A relação hipsométrica não apresenta um relacionamento biológico bem definido, tal como altura e idade ou diâmetro e idade, havendo grande variabilidade em altura para um mesmo diâmetro em sítio e idades diferentes (Chapman & Meyer, 1949) citado por Azevedo et al., 1999).

A relação hipsométrica é influenciada pela idade, sítio, densidade, tamanho da copa e espécie (Loetsch et al., 1973; Husch et al., 1982; Finger, 1992; Scolforo, 1999).

Caldeira et al. (1988) trabalhando com três procedências australianas de acácia-negra, aos 2,4 anos de idade, observou que o melhor modelo para as procedências Batemans Bay e Lake George Bunge Dore foi:  $h = 1/(b_0 + (b^1/$

DAP))<sup>2</sup> + 1,30 com  $R^2_{aj} = 26,88$  e  $Syx = 1,55$  e  $R^2_{aj} = 45,13$  e  $Syx = 1,93$  respectivamente. No entanto, para Bodalla, o modelo escolhido foi:  $\log = b_0 + b_1/DAP$ , com  $R^2_{aj} = 19,96$  e  $Syx = 5,09$ . As três procedências apresentaram coeficiente de determinação ajustado baixo, pois isso pode ser atribuído ao fato do povoamento ser muito jovem, não tendo assim uma boa relação entre diâmetro e altura das árvores, bem como outros fatores como qualidade do sítio. A procedência Bodalla possui um crescimento maior em diâmetro do que em altura, isto pode ser em função da mesma possuir maiores percentagens de falhas.

Pereira et al. (2000) trabalhando com povoamento comercial de acácia-negra, aos 9 anos de idade, estimaram as alturas das árvores através do modelo  $h = 1/(b_0 + b_1/DAP^2) + 1,30$ , tendo um F significativo e um  $R^2_{aj} = 83,4\%$ .

No presente trabalho foram testados vários modelos matemáticos para o ajuste de alturas em relação a diâmetros em povoamentos de *Acacia mearnsii* com 2; 4; 6 e 8 anos de idade plantadas no Rio Grande do Sul.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados dendrométricos foram coletados em povoamentos florestais da Empresa Florestal Agroseta S.A. estabelecidos em Minas do Leão/RS, na região fisiográfica da Serra do Sudeste do Rio Grande do Sul. Nesta região o clima é do tipo Cfa, subtropical pelo sistema de classificação Koeppen (Moreno, 1961). A temperatura média do mês mais quente (janeiro) é de 24°C; temperatura média do mês mais frio (julho) é de 13°C e a temperatura média anual de 18-19°C; a temperatura média das máximas no ano é de 24°C e a temperatura média das mínimas no ano é de 14°C. A precipitação pluvial no mês de janeiro, julho e a precipitação anual são, respectivamente, 120-140 mm, 120 mm e 1400 mm (Ipagro, 1989). O solo da região em estudo pertence à Unidade de Mapeamento São Jerônimo (Embrapa, 1973), classificado como Argissolo Vermelho Escuro, textura argilosa, relevo ondulado e substrato granito (Embrapa, 1999). Esta Unidade de Mapeamento, é formada na sua maior parte, por solos profundos, bem drenados, de coloração avermelhada, textura franco argilosa a argilosa com cascalhos, porosos e desenvolvimento a partir de granitos. Os solos desta Unidade, normalmente, são fortemente ácidos, com saturação e soma de bases baixas e com teores baixos de matéria orgânica (Brasil, 1973).

Para este estudo, foram selecionados povoamentos de acácia-negra com 2; 4; 6 e 8 anos de idade, com os seguintes espaçamentos: para 2; 4; e 6 anos de idade 1,3 m x 3,0 m e para 8 anos de idade 1,7 m x 3,0 m. Foram demarcadas 6 unidades amostrais de 18 m x 24 m por idade, nas quais foram medidos os diâmetros à altura do peito (DAP) de todas as árvores e as alturas de 15%.

Com base nas medições do DAP e altura, foram ajustados modelos de relação hipsométrica (Tabela 1) visando indicar a melhor equação para todas as idades.

**TABELA 1.** Equações testadas para estimar a altura de *Acacia mearnsii*.

Equação	Modelo matemático
1	$\ln h = b_0 + b_1 * 1/d$
2	$\ln h = b_0 + b_1 * d^2$
3	$\ln h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * 1/d^2$
4	$\ln h = b_0 + b_1 * \ln d$
5	$h = b_0 + b_1 * \ln d$
6	$h = b_0 + b_1 * 1/d$
7	$h = b_0 + b_1 * d^2$
8	$h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * d^2$
9	$h = b_0 + b_1 * d + b_2 * d^2$
10	$h = 1/(b_0 + (b_1/d))^2 + 1,30$
11	$\log h = b_0 + b_1 * 1/d$
12	$h = b_0 + b_1 * 1/d^2$
13	$\ln (h - 1,30) = b_0 + b_1 * \ln d^2$
14	$\log h = b_0 + b_1 * \log d$
15	$h - 1,30 = d^2/(b_0 + b_1 * d + b_2 * d^2)$
16	$\log h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * 1/l + b_3 * 1/D * l$
17	$h = A * (1 - e^{-(K * l)})^R$
18	$h = d^2/(b_0 + b_1 * d + b_2 * d^2)$
19	$h = \sqrt{\left(\frac{d}{b_0} + b_1 * d\right)}$

Onde: h = altura total em metros; d = diâmetro à altura do peito (DAP) em centímetro; ln = logaritmo neperiano; log = logaritmo na base 10; l = idade do povoamento em anos;  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ , A, K e R = coeficientes de regressão

Foi realizada a seleção dos cinco melhores modelos matemáticos com base nos seguintes critérios estatísticos: a) coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ); b) erro padrão da estimativa ( $S_{yx}$ ); c) coeficiente de variação em percentagem (CV%); d) Índice de Furnival em percentagem (IF%); e) valor da estatística F. Em seguida foi realizada a análise gráfica dos resíduos para os cinco melhores modelos matemáticos

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 2, podem ser observados os coeficientes ( $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$ ), o Coeficiente de Determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), o erro padrão de estimativa ( $S_{yx}$ ), o Coeficiente de Variação em percentagem (CV%), o Índice de Furnival em percentagem ( $R_{aj}^2$ ) e a estatística F (F).

**TABELA 2.** Parâmetros estatísticos para as equações testadas.

Equação	Coeficientes				$R_{aj}^2$	$S_{yx}$	CV%	IF%	F
	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$					
1	3,019	-4,830	-	-	0,73	0,22	-	98,75	865
2	1,998	0,004	-	-	0,58	0,27	-	121,19	438
3	3,392	-9,826	12,872	-	0,80	1,83	-	821,42	665
4	0,734	0,769	-	-	0,80	0,18	-	80,80	1302
5	-5,266	7,910	-	-	0,82	1,82	15,88	-	1420
6	17,957	-47,648	-	-	0,68	2,39	20,86	-	689
7	7,478	0,039	-	-	0,67	2,44	21,30	-	649
8	13,074	-28,296	0,022	-	0,78	1,98	17,28	-	576
9	-0,740	1,789	-0,042	-	0,84	1,69	14,75	-	850
10	0,0948	1,758	-	-	0,03	0,27	2,36	-	12
11	1,311	-2,097	-	-	0,73	0,09	-	40,40	865
12	13,764	-96,104	-	-	0,46	3,12	27,23	-	272
13	0,306	0,450	-	-	0,72	0,27	-	121,19	814
14	0,319	0,769	-	-	0,80	0,08	-	35,91	1302
15	2,645	0,415	0,029	-	0,08	14,06	122,71	-	15
16	1,482	-2,635	-0,880	3,173	0,83	0,07	-	31,42	522
17	16,181	0,378	1,419	-	0,63	2,59	22,60	-	
18	1,505	0,249	0,039	-	0,84	1,95	17,02	-	841
19	0,614	0,021	-	-	0,10	0,25	2,18	-	36

Na Tabela 3, pode-se observar as 5 melhores equações matemáticas selecionadas para a análise gráfica dos resíduos. Observa-se que as equações selecionadas apresentaram um coeficiente de determinação ajustado em torno de 0,80, o que demonstra que a variação total dos dados foi bem explicada por todas as equações (Tabela 3).

**TABELA 3.** Equações selecionadas para a análise gráfica dos resíduos em percentagem.

Equação	Modelo matemático	R <sup>2</sup> <sub>aj</sub>	S <sub>yx</sub>	CV%	IF%	F
5	$h = b_0 + b_1 * \ln d$	0,82	1,82	15,8	-	1420
8	$h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * d^2$	0,78	1,98	17,28	-	576
9	$h = b_0 + b_1 * d + b_2 * d^2$	0,84	1,69	14,75	-	850
16	$\log h = b_0 + b_1 * 1/d + b_2 * 1/l + b_3 * 1/D * l$	0,83	0,07	-	31,42	522
18	$h = d^2 / (b_0 + b_1 * d + b_2 * d^2)$	0,84	1,95	17,02	-	841

Analisando as equações selecionadas na Tabela 3, com as equações utilizadas por Caldeira (1998) e Pereira et al. (2000) pode verificar que não houve similaridade entre trabalhos. Essa diferença pode ser atribuída a idade entre os povoamentos, condições inerentes ao sítio, bem como procedência.

A análise da dispersão entre os valores observados e estimados pela análise de regressão para os modelos aritméticos é feita com base no erro padrão de estimativa (S<sub>yx</sub>), quando os modelos matemáticos apresentam variáveis dependentes de mesma unidade, ou no coeficiente de variação em percentagem (CV%), quando os modelos matemáticos apresentam variáveis dependentes de diferentes unidades. Para comparar a eficiência dos modelos matemáticos que apresentam a variável dependente transformada para logaritmo utiliza-se a estatística Índice de Furnival em percentagem (IF%).

Dessa forma, a comparação e seleção de modelos matemáticos aritméticos e logarítmicos deve ser realizada utilizando-se CV% e o IF%, pois o erro padrão de estimativa (S<sub>yx</sub>) não constitui uma estatística eficiente nesses casos, como pode ser observado quando se compara a equação 16 (modelo logarítmico) com os demais modelos selecionados.

Apesar da equação 16 apresentar um S<sub>yx</sub> bastante inferior às demais equações, não se pode afirmar que esta apresenta uma menor dispersão entre os valores observados e estimados, sendo necessário comparar o valor do IF% com o

CV% das demais equações. De acordo com esses critérios, a equação 16 apresenta uma dispersão maior entre os valores observados e estimados quando comparada com as outras equações (IF% = 31,42) (Tabela 3).

Na Fig.1, podem ser observados os resíduos entre a altura observada e a altura estimada pelas respectivas equações, em função do diâmetro à altura do peito (DAP). Observa-se, pela análise dos gráficos, que as equações 5, 8 e 18 apresentaram uma leve tendência de superestimar a altura das árvores com menores diâmetros (abaixo de 5 cm de DAP). Nota-se, também, que a equação 8 apresenta uma pequena tendência de subestimar a altura nas árvores com maiores diâmetros (acima de 20 cm).

Na Fig.1, observa-se que as equações 5 e 8 apresentam amplitudes de resíduos semelhantes e soma de quadrados de resíduos de 321,7 e 357,2 respectivamente. As equações 9 e 18 ficam em um grupo intermediário, apresentando soma de quadrados de resíduos de 210,3 e 204,3 respectivamente.

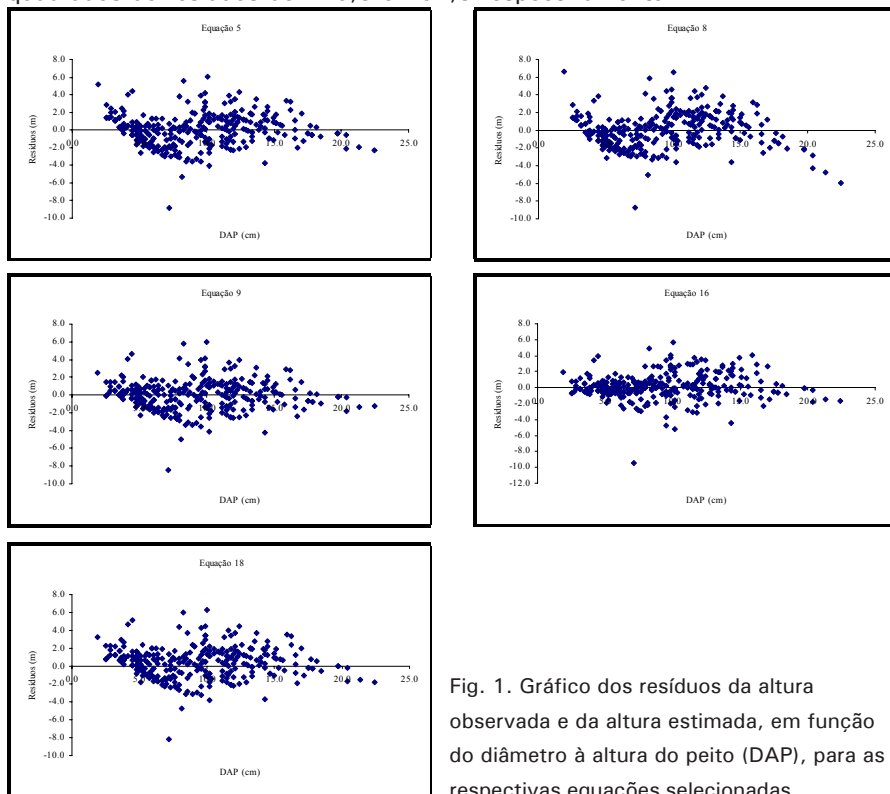


Fig. 1. Gráfico dos resíduos da altura observada e da altura estimada, em função do diâmetro à altura do peito (DAP), para as respectivas equações selecionadas.



A equação 16 apresentou melhor distribuição de resíduos, sem tendências nítidas de superestimar ou subestimar as alturas dentro da amplitude de diâmetros observados. Esse melhor ajuste pode ser devido à inclusão de uma variável independente (idade) no modelo matemático.

Dessa forma, conclui-se que a equação 16 apresenta maior precisão para estimar altura em função do diâmetro e da idade das árvores, sendo a mesma selecionada e recomendada para povoamentos de acácia-negra com idades entre 2 e 8 anos na região do sudeste do Rio Grande do Sul.

Na Figura 2, pode ser observado a distribuição dos dados observados e a curva de alturas ajustadas pela equação 16, em função do diâmetro e da idade das árvores.

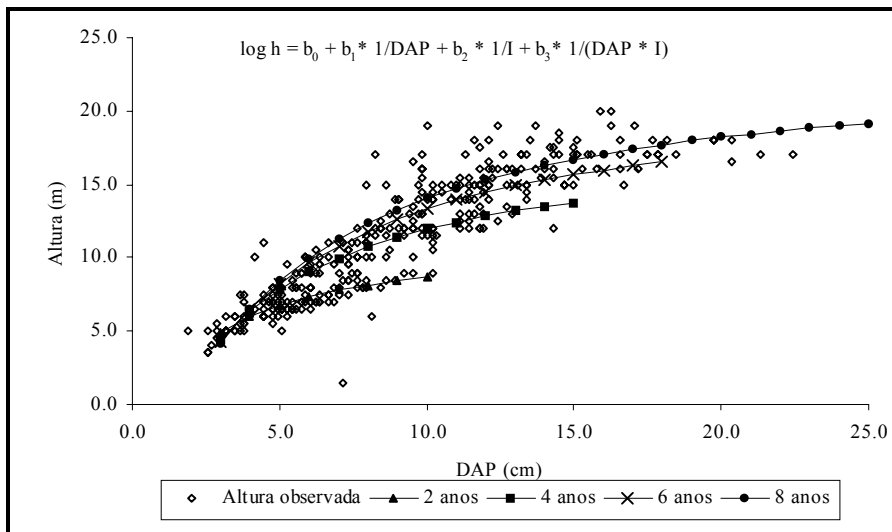


Fig. 2. Alturas observadas e estimadas para acácia-negra, para idades de 2 e 8 anos, na região da Serra do Sudeste, Estado do Rio Grande do Sul.

## 4. CONCLUSÕES

Com base nos resultados das análises estatísticas realizadas pode-se concluir para povoamentos de acácia-negra no Sudeste do Rio Grande do Sul o seguinte:

- a) Cinco modelos matemáticos foram selecionados, de acordo com os critérios estatísticos, e podem ser utilizados para estimar altura em função do diâmetro e/ou da idade dos povoamentos de acácia-negra.
- b) A inclusão da variável idade no modelo matemático aumenta a precisão das estimativas de altura, quando se utiliza povoamentos com idades diferentes. Quando o objetivo é estimar a altura de povoamentos equiâneos, qualquer um dos cinco modelos matemáticos selecionados pode ser utilizado.
- c) O modelo 16 ( $\log h = 1,482 - 2,635 * 1/d - 0,880 * 1/I + 3,173 * 1/D * I$ ), apresenta maior precisão estatística para estimar os dados de altura em função do diâmetro e da idade, para povoamentos com 2, 4, 6 e 8 anos de idade.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, C. P.; MUROYA, K.; GARCIA, L. C.; LIMA, R. M. B.; MOURA, J. B.; NEVES, E. J. Relação hipsométrica para quatro espécies florestais em plantio homogêneo e em diferentes idades na Amazônia Ocidental. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 39, p. 5-29, jul./dez. 1999.

BINKLEY, D.; GIARDINA, C. Nitrogen fixation in tropical forest plantations. In: NAMBIAR, E. K. S.; BROWN, A. G. (Ed.). **Management of soil, nutrients and water in plantation forests**. Canberra: ACIAR, 1997. p. 297-337. (ACIAR. Monograph, 43).

CALDEIRA, M. V. W. **Quantificação da biomassa e do conteúdo de nutrientes em diferentes procedências de Acácia-negra (*Acacia mearnsii* De Wild)**. 1998. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa Produção de Informação; Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 1999. 412 p.

IPAGRO. Seção de Ecologia Agrícola. **Atlas agroclimático do Estado do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre, 1989. 3 v.

LOETSCH, F.; ZOHRER, F. HALLER, K. E. **Forest inventory**. Munchen: BLV Verlagsgesellschaft, 1973. v. 2, 469 p.

MACHADO, S. A.; BASSO, S. F.; BEVILACQUA JÚNIOR, V. G. Teste de modelos matemáticos para o ajuste da relação hipsométrica em diferentes sítios e idades para plantações de *Pinus elliottii* no Estado do Paraná. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., 1993, Curitiba. **Anais...** São Paulo: Sociedade Brasileira de Silvicultura, 1993. v. 2, p. 553-556.

MANTOEFEL, J. C. Reflorestamento no setor privado - acacicultura. In: SEMINÁRIO SOBRE SITUAÇÃO FLORESTAL DO RIO GRANDE DO SUL, 1., 1991, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 1991. p. 108-114.

MORENO, J. A. **Clima do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Secretaria da Agricultura, Diretoria de Terras e Colonização, Seção de Geografia, 1961. 42 p.

PEDLEY, L. Australian acacias: taxonomy and phytogeography. In: TURNBULL, J. W. (Ed.). **Australian acacias in developing countries: proceedings....** Canberra: ACIAR, 1987. p. 11-16. (ACIAR. Proceedings, 16).

PEREIRA, J. C.; CALDEIRA, M. V. W.; SCHUMACHER, M. V.; HOPPE, J. M.; SANTOS, E. M. Estimativa do conteúdo de nutrientes em um povoamento de *Acacia mearnsii* De Wild. no Rio Grande do Sul - Brasil. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 24, n. 2, p. 193-199, 2000.

POLHILL, R. M.; RAVEN, P. H. (Ed.). **Advances in legume systematic I e II**. Kew: Royal Botanical Gardens, 1981. p. 1-425; 427-1049.

SCHMIDT, P. B. **Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L.** 1977. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Curitiba.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: técnicas de regressão aplicada para estimar: volume, biomassa, relação hipsométrica e múltiplos produtos de madeira.** Belo Horizonte: CEMIG; Lavras: UFLA: FAEPE, 1997. [v. 2], 292 p.

SHERRY, S. P. **The black wattle (*Acacia mearnsii*).** Pietermaritzburg: University of Natal Press, 1971. 402 p.

YAZAKI, Y. *Acacia stroyi*: a potential tannin-producing species. **Australian Forestry**, v. 60, n. 1, p. 24-28, 1997.

ZANON, M. L. B.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções para descrever a relação altura e diâmetro de *Eucalyptus dunnii* Maiden. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 26, n. 1, p. 87-90, 1996.