

## Equações de sortimentos para *Tectona grandis* na região centro – sul de Mato Grosso

Cyro Matheus Cometti Favalessa<sup>1</sup>, Jaime Antônio Ubiali<sup>1</sup>, Sidney Fernando Caldeira<sup>1</sup>, Ronaldo Drescher<sup>1</sup>, Fidel Cândano Acosta<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Mato Grosso, Av. Fernando Corrêa da Costa, nº 2367, Bairro Boa Esperança, CEP 78060-900, Cuiabá, Mato Grosso, Brasil

<sup>2</sup> Universidade Federal de Mato Grosso, Campus SINOP, Av. Brasília, 1200, St Industrial, CEP 78550-000, Sinop, Mato Grosso, Brasil

\*Autor correspondente:  
cyromatheus@hotmail.com

### Termos para indexação:

Teca  
Classe diamétrica  
Hohenadl  
Afilamento

### Index terms:

Teak  
Diameter class  
Hohenadl  
Taper

**Resumo** - O objetivo desse estudo foi comparar a acurácia das estimativas dos volumes ao longo do fuste de *Tectona grandis* L.f propiciadas por ajustes de modelos polinomiais segmentados e não segmentados, para um povoamento na região Centro - Sul de Mato Grosso. Foram cubadas 114 árvores de *Tectona grandis*, pela metodologia de Hohenadl com 16 seções. Os modelos não segmentados testados foram o do quinto grau proposto por Schöepfer em 1966 e o de Haradetzky de 1976 e os modelos segmentados, foram o de Max e Burkhart de 1976 e de Clark et al. de 1991. A acurácia dos modelos foi avaliada pelo desvio, desvio padrão das diferenças, somatório de quadrado dos resíduos relativos e a porcentagem dos resíduos. A equação do quinto grau é a mais acurada na estimativa dos volumes ao longo dos fustes de *Tectona grandis*, e a equação de Max e Burkhart estima com acurácia os volumes da base dos fustes.

### Histórico do artigo:

Recebido em 10/10/2011  
Aprovado em 27/11/2012  
Publicado em 28/12/2012

doi: 10.4336/2012.pfb.32.72.389

## Assortment of *Tectona grandis* in south – central region of Mato Grosso, Brazil

**Abstract** - The aim of this study was to compare the accuracy of volume estimative along the stem of *Tectona grandis* L. f obtained by adjustment of non-segmented and segmented polynomial models, for a forest stand in South-Central region of Mato Grosso State, Brazil. Data from rigorous tree scaling of *Tectona grandis*, using one hundred and fourteen trees were measured by Hohenadl method, using 16 sections. The non-segmented models tested were the fifth-degree proposed by Schöepfer in 1966 and the Haradetzky from 1976 model. The segmented models tested were the Max and Burkhart from 1976 and the Clark et al. from 1991. The models accuracy along the stem were evaluated by the deviation, the standard deviations of differences, sum of squares of relative residues and percentage of residues. The fifth-degree equation is the most accurate to estimate the volumes along the stem of *Tectona grandis*, and Max and Burkhart equation accurately estimated the volumes of the stem basis.

## Introdução

O estado do Mato Grosso - pioneiro nos plantios de teca no país - reúne condições edafoclimáticas adequadas ao reflorestamento com essa espécie. Nessa região, o incremento médio anual, entre 20 e 25 anos, é de aproximadamente 15 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>, em termos de

produção líquida, para povoamentos desbastados aos 5, 10 e 15 anos. Resultados sobre crescimento desta espécie no Brasil são encontrados nos trabalhos de Nogueira et al. (2006), Cruz et al. (2008) e Bezerra (2009).

A variável mais importante para o conhecimento das potencialidades quantitativas de uma floresta e o

planejamento de sua utilização é o volume de madeira por ela apresentado.

O diagnóstico do volume seja ele para uma espécie ou para o conjunto das espécies que vegetam num determinado ambiente é determinado por meio da utilização de variáveis a ele associadas, como o diâmetro, a altura e a forma dessas árvores no povoamento. Assim, o perfeito conhecimento do comportamento dessas variáveis determina a exatidão com que os volumes são determinados.

Com a necessidade de informações mais detalhadas sobre os povoamentos florestais, os inventários tornaram-se mais complexos e passaram a informar detalhes adicionais, além do simples volume de madeira existente na floresta. Em função da demanda por multiprodutos da madeira, diversificaram-se as informações dos diferentes tipos de volumes resultantes do inventário, como: o volume total, o volume comercial e os volumes comerciais para fins específicos (Péllico Neto & Brena, 1997).

Atualmente, com o constante aprimoramento de técnicas de mensuração florestal, associadas à informática e à automação, a indústria de transformação madeireira tem experimentado grandes avanços no recebimento da matéria prima básica, notadamente nas corretas dimensões das toras a serem transformadas em multiprodutos, adequados aos diversos usos da madeira. A obtenção dos volumes associados às equações de afilamento é a forma mais atual de determinar os volumes compatíveis com as diversas formas apresentadas ao longo dos troncos das árvores e seu total aproveitamento para os diversos subprodutos.

Nesse contexto o presente estudo foi desenvolvido com o objetivo de comparar a acurácia das estimativas dos volumes parciais em diferentes alturas dos fustes das árvores de *Tectona grandis* com modelos de afilamento segmentados e não segmentados.

## Materiais e Métodos

O trabalho foi desenvolvido em um povoamento de *Tectona grandis* L.f., com 16 anos de idade, submetido a dois desbastes, implantados por uma empresa de base florestal, no município de Rosário Oeste, Mato Grosso, em uma área circunscrita a um ponto central com a coordenada geográfica 56° 32' 47,47" W e 15° 02' 43,96" S. A região onde o povoamento se encontra possui características de clima do tipo Aw (Clima

Tropical de estação seca), conforme a classificação de Köppen (Campelo Júnior et al., 1991), e o solo da região é predominante do tipo Argissolo Vermelho-Amarelo distrófico (Santos et al., 2006).

A cubagem de 114 árvores foi efetuada pelo método de Hohenadl com 16 seções, com casca, e a determinação dos volumes reais foi realizada pela fórmula de Huber. A distribuição de frequência das árvores por classes de diâmetro e classes de altura pode ser observada na Tabela 1.

**Tabela 1.** Frequência das árvores cubadas de *Tectona grandis* em classes de diâmetro e altura.

Classes de diâmetro (cm)	Classes de Altura (m)				
	15-16	16-17	17-18	18-19	<19
22,91 - 27,21	3	2	7	6	4
27,20 - 31,50	-	3	7	7	9
31,50 - 37,79	-	-	2	8	7
35,79 - 40,08	-	-	1	12	20
40,08 - 44,38	-	-	-	2	14
Total					114

Os valores médios das principais variáveis coletadas das árvores cubadas podem ser observados na Tabela 2.

Foram ajustados os modelos não segmentados do Quinto Grau, proposto por Schöepfer (1966) e Hradetzky (1976), e os modelos segmentados de Max & Burkhart (1976) e Clark III et al. (1991). Após o ajuste das equações de afilamento foi realizada a integração das mesmas para obtenção de suas respectivas equações para estimar os volumes totais e relativos das árvores.

**Tabela 2.** Valores médios, máximos e mínimos do diâmetro a 1,3 metros do solo (DAP), altura total e volume das árvores de *Tectona grandis*.

	DAP (cm)	Altura (m)	Volume (m <sup>3</sup> )
<b>Máximo</b>	43,00	21,60	1,4116
<b>Mínimo</b>	23,00	15,64	0,3940
<b>Médio</b>	33,65	18,88	0,7986

### Equações de volume desenvolvidas para as funções de afilamento

Os volumes ( $v$ ) dos sólidos de revolução foram obtidos pela integração de suas áreas seccionais ( $g_i$ ) dos fustes, entre o limite inferior ( $h_1$ ) e o superior ( $h_2$ ) que foram estabelecidos, como mostrado a seguir:

$$v = \int_{h_1}^{h_2} g_i H \rightarrow v = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi * d_i^2}{40000} H \rightarrow v = k \int_{h_1}^{h_2} d_i^2 H \quad (1)$$

Sendo:  $k = \pi / 40000$ ;  $d_i$  = diâmetro (centímetros) correspondente altura  $h_i$  (metros), ao longo do fuste da árvore.

**Modelo não-segmentado do quinto grau:**

$$d_i = D * \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right) + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^2 + \beta_3 \left( \frac{h_i}{H} \right)^3 + \beta_4 \left( \frac{h_i}{H} \right)^4 + \beta_5 \left( \frac{h_i}{H} \right)^5 \right] + e_i \quad (2)$$

Sendo:  $d_i$  = diâmetro à altura  $h_i$  do tronco;  $H$  = altura total;  $h_i$  = altura até uma seção “i” n fuste, em m;  $D$  = diâmetro à altura do peito;  $\beta_i$  = parâmetros a serem estimados;  $e_i$  = erro da estimativa.

Para integrar a função e obter a expressão que permite a estimativa dos volumes, foi realizada a simplificação:

$$C_0 = \beta_0 ; \quad C_1 = \frac{\beta_1}{H} ; \quad C_2 = \frac{\beta_2}{H^2} ; \quad C_3 = \frac{\beta_3}{H^3} ; \quad C_4 = \frac{\beta_4}{H^4} ; \quad C_5 = \frac{\beta_5}{H^5}$$

Após a simplificação, a expressão (2) assume a forma:

$$d_i = D \left( c_0 + c_1 h_i + c_2 h_i^2 + c_3 h_i^3 + c_4 h_i^4 + c_5 h_i^5 \right) + e_i \quad (3)$$

Substituindo (3) em (1), tem-se:

$$v = k * D^2 * \int_{h_1}^{h_2} \left( c_0 + c_1 h_i + c_2 h_i^2 + c_3 h_i^3 + c_4 h_i^4 + c_5 h_i^5 \right)^2 h_i \quad (4)$$

Integrando (4), é obtida a expressão que propicia a obtenção do volume correspondente a qualquer porção da árvore, além do volume total:

$$V = K * D^2 * \left[ \frac{1}{11} c_5^2 h_i^{11} + \frac{1}{5} c_4 c_5 h_i^{10} + \frac{1}{9} (2c_5 c_3 + c_4^2) h_i^9 + \frac{1}{8} (2c_3 c_4 + 2c_5 c_2) h_i^8 + \right. \\ \left. \frac{1}{7} (2c_2 c_4 + 2c_5 c_1 + c_3^2) h_i^7 + \frac{1}{6} (2c_1 c_4 + 2c_3 c_2 + 2c_5 c_0) h_i^6 + \frac{1}{5} (c_2^2 + 2c_4 c_0 + 2c_1 c_3) h_i^5 + \right. \\ \left. \frac{1}{4} (2c_3 c_0 + 2c_1 c_2) h_i^4 + \frac{1}{3} (c_1^2 + 2c_2 c_0) h_i^3 + c_0 c_1 h_i^2 + c_0^2 h_i \right]_{h_1}^{h_2}$$

**Modelo não segmentado de Hradetzky (1976) :**

$$d_i = D \left[ \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p1} + \beta_2 \left( \frac{h_i}{H} \right)^{p2} + \dots + \beta_n \left( \frac{h_i}{H} \right)^{pn} \right] \quad (5)$$

Sendo: pn = Potências com maior relevância estatística;  $d_i$ ,  $h_i$ ,  $h$ ,  $D$ ,  $\beta_i$ ,  $e_i$  = conforme definidos anteriormente.

Para integrar a função e obter a expressão que permite a estimativa dos volumes, foi realizada a seguinte simplificação:

$$c_0 = \beta_0 \quad c_1 = \beta_1 / H^{p1} \quad c_2 = \beta_2 / H^{p2} \quad \dots \quad c_n = \beta_n / H^{pn}$$

Após a simplificação, a expressão (5) assume a forma:

$$d_i = D (c_0 + c_1 h_i^{p1} + c_2 h_i^{p2} + \dots + c_n h_i^{pn}) + e_i \quad (6)$$

Substituindo (6) em (1), tem-se:

$$v = k * D^2 * \int_{h1}^{h2} (c_0 + c_1 h_i^{p1} + c_2 h_i^{p2} + \dots + c_n h_i^{pn})^2 h_i \quad (7)$$

Integrando (7), é obtida a expressão que propicia a obtenção do volume correspondente a qualquer porção da árvore, além do volume total:

**Modelo segmentado de Max & Burkhart (1976):**

$$d_i = D [\beta_1 (X - a_1) + \beta_2 (X^2 - a_1) + \beta_3 (a_1 - X)^2 * I_1 + \beta_4 (a_2 - X)^2 * I_2]^{0,5} + e_i$$

Sendo:  $a_1$  e  $a_2$  = pontos de ligação dos polinômios;  $d_i$ ,  $D$ ,  $h_i$ ,  $H$ ,  $e_i$ ,  $\beta_i$ , já foram definidos anteriormente;  $X = h_i / H$ ; Condições de  $I_i$ :  $I_i = 1$ , se  $X < a_i$ ;  $I_i = 0$ , se  $X > a_i$ .

Para integrar a função e obter a expressão que permite a estimativa dos volumes, procedeu-se da seguinte forma:

$$V = \int_0^{h_1} d^2 h(dh) + \int_{h_j}^{a_1} d^2 h(dh) + \int_{a_1}^{h_2} d^2 h(dh) + \int_{h_2}^{a_2} d^2 h(dh) + \int_{a_2}^H d^2 h(dh)$$

Após integração o polinômio utilizado para o cálculo do volume assume a seguinte forma:

$$V = k * d^2 * H * \left( \left( \frac{1}{3} \right) * b_2 * \left( \frac{h_2^3}{H^3} - \frac{h_1^3}{H^3} \right) + \left( \frac{1}{2} \right) * b_1 * \left( \frac{h_2^2}{H^2} - \frac{h_1^2}{H^2} \right) - (b_1 + b_2) * \left( \frac{h_2}{H} - \frac{h_1}{H} \right) - b_3 * \left( \left( a_1 - \frac{h_2}{H} \right)^3 * I1 - \left( a_1 - \frac{h_1}{H} \right)^3 * J1 \right) - \left( \frac{1}{3} \right) * b_4 * \left( \left( a_2 - \frac{h_2}{H} \right)^3 * I2 - \left( a_2 - \frac{h_1}{H} \right)^3 \right) \right)$$

Sendo: k, d, H, h<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, b<sub>i</sub>'s já definidos anteriormente; I<sub>1</sub> = 1, se (h<sub>2</sub>/H) ≤ a<sub>1</sub> e é igual a 0 se (h<sub>2</sub>/H) > a<sub>1</sub>; J<sub>1</sub> = 1, se (h<sub>1</sub>/H) ≤ a<sub>1</sub> e é igual a 0 se (h<sub>1</sub>/H) > a<sub>1</sub>.

Modelo segmentado de Clark et al. (1991):

$$d_i = \left[ I_s \left\{ D^2 \left( 1 + \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{D^3} \right) * \frac{\left( \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\alpha_1} - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_1} \right)}{1 - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\alpha_1}} \right) \right\} + I_b \left\{ D^2 - \frac{(D^2 - F^2) * \left( \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left( 1 - \frac{h_i}{H} \right)^{\beta_1} \right)}{\left( \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{\beta_1} - \left( 1 - \frac{5,3}{H} \right)^{\beta_1} \right)} \right\} + I_T \left\{ F^2 \left( \gamma_2 \left( \left( \frac{h_i - 5,3}{H - 5,3} \right) - 1 \right)^2 \right) + I_M \left( \frac{1 - \gamma_2}{\gamma_2^2} \right) * \left( \gamma_1 - \left( \left( \frac{h_i - 5,3}{H - 5,3} \right) \right)^2 \right) \right\} \right]^{0,5} + e_i$$

Sendo: I<sub>s</sub> = 1, se h<sub>1</sub> < 1,3m; I<sub>s</sub> = 0, se h<sub>1</sub> > 1,3m; I<sub>b</sub> = 1, se 1,3m < h<sub>1</sub> < 5,2m; I<sub>b</sub> = 0, se difere da condição anterior; I<sub>T</sub> = 1, se h<sub>1</sub> > 5,2m; I<sub>T</sub> = 0, se difere da condição anterior; I<sub>M</sub> = 1, se h<sub>1</sub> < (5,3 + γ<sub>1</sub> (h<sub>1</sub> - 5,3)); I<sub>M</sub> = 0, se diferente da condição anterior; α<sub>i</sub> = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco abaixo de 1,3m; β<sub>i</sub> = parâmetro a ser estimado para a seção do tronco entre 1,3m e 5,2m; γ<sub>i</sub> = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco acima de 5,2m; F = diâmetro com casca (cm) a 5,3m de altura (classe de altura do quociente de forma de Girard); D, d, H, h<sub>i</sub> = Já definidos anteriormente; e<sub>i</sub> = erro de estimativa.

Para integrar a função e obter-se a expressão que permite a estimativa dos volumes, procedeu-se da seguinte forma:

$$V \int_0^{H_j} d^2 h(dh) + \int_{H_j}^{1,3} d^2 h(dh) + \int_{1,3}^{5,3} d^2 h(dh) + \int_{5,3}^{h_2} d^2 h(dh) + \int_{h_2}^{a_2} d^2 h(dh) + \int_{a_2}^{u=H} d^2 h(dH)$$

Sendo: h<sub>j</sub> = Limites de integração.

Após integração o polinômio utilizado para o cálculo do volume assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 V = & \left\{ \left\{ i1 * d^2 * \left[ \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a3} * \left[ \frac{a1 + \frac{a2}{d^2}}{1 - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a3}} \right] * (u1 - l1) + \left[ \frac{a1 + \frac{a2}{d^2}}{1 - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a3}} \right] * \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \frac{\left[ \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a3} * (H - l1) - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{a3} * (H - u1) \right]}{a3 + 1} \right] * i2 * i3 * \left[ d^2 - (d^2 - f^2) * \frac{\left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{b1}}{\left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{b1} - \left( 1 - \frac{5,3}{H} \right)^{b1}} \right] * \right. \right. \\
 & \left. \left. (u2 - l2) + (d^2 - f^2) * \frac{\left[ \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{b1} * (H - l2) - \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{b1} * (H - u2) \right]}{\left[ \left( 1 - \frac{1,3}{H} \right)^{b1} - \left( 1 - \frac{5,3}{H} \right)^{b1} \right] * (b1 + 1)} \right] \right\} + \left\{ i4 * F^2 * \left[ y2 * u3 * l3 - y2 * \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{\left[ (u3 - 5,3)^2 - (l3 - 5,3)^2 \right]}{H - 5,3} \right] + \left( \frac{1}{3} \right) * y2 * \left[ \frac{(u3 - 5,3)^2 - (l3 - 5,3)^2}{(h - 5,2)^2} \right] + \left( \frac{1}{3} \right) * i5 * (1 - y2) * \right. \\
 & \left. \left. \frac{\left[ \frac{y1 * ((u3 - 5,3)^2 - (l3 - 5,3)^2)}{(H - 5,2)^2} \right]}{y1^2} - \left( \frac{1}{3} \right) * i6 * (1 - y2) * \frac{\left[ \frac{y1 * (H - 5,2) - (l3 + 5,2)^3}{(H - 5,2)^2} \right]}{y1^2} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Sendo:

$$\begin{aligned}
 L_1 & \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 0; \\ = 0 \text{ se } h_1 \leq 0; \end{cases} & L_2 & \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_1 \leq 1,3; \end{cases} & L_3 & \begin{cases} = h_1 \text{ se } h_1 > 5,2; \\ = 5,2 \text{ se } h_1 \leq 5,2; \end{cases} \\
 U_1 & \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 1,3; \\ = 1,3 \text{ se } h_2 \geq 1,3; \end{cases} & U_2 & \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < 5,2; \\ = 5,3 \text{ se } h_2 \geq 5,2; \end{cases} & U_3 & \begin{cases} = h_2 \text{ se } h_2 < H; \\ = h \text{ se } h_2 \geq H; \end{cases} \\
 I_1 & \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 1,3m; \end{cases} & I_2 & \begin{cases} = 1 \text{ se } h_1 < 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_1 \geq 5,2m; \end{cases} & I_3 & \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 1,3m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 1,3m; \end{cases} \\
 I_4 & \begin{cases} = 1 \text{ se } h_2 > 5,2m; \\ = 0 \text{ se } h_2 \leq 5,2m; \end{cases} & I_5 & \begin{cases} = 1 \text{ se } (L_3 - 5,2) < [\gamma_1(H - 5,2)]; \\ = 0 \text{ se } (L_3 - 5,2) \geq [\gamma_1(H - 5,2)]; \end{cases} & I_6 & \begin{cases} = 1 \text{ se } (U_3 - 5,2) < [\gamma_1(H - 5,2)]; \\ = 0 \text{ se } (U_3 - 5,2) \geq [\gamma_1(H - 5,2)]; \end{cases}
 \end{aligned}$$

### Processamento dos dados

Os ajustes utilizando análise de regressão para a obtenção dos coeficientes das equações de afilamento segmentadas e não segmentadas foram realizados no programa R. O ajuste do modelo proposto por Hradetzky foi realizado pelo processo de regressão “passo - a - passo” (“stepwise”), utilizando as seguintes potências: 0,005; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08; 0,09; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 15; e 25. Para os cálculos dos sortimentos foram desenvolvidas rotinas de cálculo em planilha eletrônica.

### Estatísticas de avaliação das equações

As integrações das equações de sortimentos derivaram das equações de afilamento, cujos ajustes foram avaliados pelo coeficiente de determinação corrigido ( $R^2_{aj}$ ), erro padrão da estimativa ( $S_{yx}\%$ ) e distribuição dos resíduos (%).

Para analisar a acurácia das estimativas volumétricas ao longo do fuste, foram calculados o desvio (D), desvio padrão das diferenças (SD), somatório dos quadrados dos resíduos relativos (SQRR) e o resíduos percentuais (RP), como utilizadas por Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998), Assis (2000), Assis et al. (2001, 2002) e Queiroz (2006). Foram avaliadas também as tendências da distribuição dos resíduos através dos perfis médios reais e estimados para os volumes ao longo do fuste. A Tabela 3 apresenta as fórmulas matemáticas utilizadas no teste da acurácia.

**Tabela 3.** Fórmulas utilizadas no teste de acuracidade para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Tectona grandis*.

	Diâmetros
Desvio (D)	$\frac{(\sum Diff_i)}{N}$
Desvio Padrão das Diferenças (SD)	$\left[ \frac{\sum (Diff_i - di)^2}{(N-1)} \right]^{0.5}$
Soma do Quadrado do Resíduo Relativo (SQRR)	$\sum \left( \frac{Diff_i}{di} \right)^2$
Porcentagem dos Resíduos (RP)	$\frac{\sum \left( \frac{Diff_i}{di} \right) * 100}{N}$

Sendo:  $Diff_i = (v_i - v_{i\text{estimado}})$  é o desvio dos volumes;  $V_i$  = volume total ou parcial até a altura  $i$  da árvore;  $V_{i\text{estimado}}$  = volume total ou parcial estimado;  $N$  = número de árvores.

A partir desses parâmetros, foi elaborada uma classificação para expressar o desempenho dos modelos testados na estimativa dos volumes parciais das árvores em estudo.

Considerando cada uma das estatísticas auxiliares, foi atribuída nota para o equação que apresentou melhor acurácia em cada posição relativa de medição, e assim sucessivamente até a nota 4 para a equação que propiciou as estatísticas menos acuradas. De acordo com o somatório das notas foi possível classificar as equações desde a mais acurada (menores notas) até a menos acurada (maiores notas), em cada posição relativa de medição. Essa metodologia de avaliação foi utilizada por Figueiredo Filho et al. (1996), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998), Assis et al. (2001), Figueiredo et al. (2006), Queiroz (2006), Souza (2007; 2009). Os volumes acumulados foram calculados de 0 a 10%, de 0 a 25%, de 0 a 45%, de 0 a 65%, de 0 a 85% e de 0 a 100% das alturas totais das árvores.

## Resultados e Discussão

### Ajustes dos modelos

Os parâmetros estimados para os quatro modelos testados, por classe diamétrica e para o conjunto total dos dados, estão apresentados na Tabela 4, com os respectivos erros padrão da estimativa em percentagem ( $S_{yx}\%$ ) e coeficientes de determinação corrigidos ( $R^2_{aj}$ ). Os testes foram complementados pelas estatísticas da Tabela 4, permitindo assim uma avaliação mais detalhada das estimativas ao longo do fuste.

Os modelos testados apresentaram coeficientes de determinação corrigidos ( $R^2_{aj}$ ) superiores a 0,95 e erros padrão da estimativa percentuais ( $S_{yx}\%$ ) no ajuste entre 4 e 10% (Tabela 4), desempenho superior ao encontrado por Figueiredo et al. (2006) trabalhando com *Tectona grandis* no estado do Acre.

Todas as equações apresentaram alguma tendenciosidade na distribuição dos resíduos dos volumes ao longo da linha estimativa (Figura 1).

### Acurácia dos modelos para estimativa dos volumes ao longo dos fustes

A equação do quinto grau foi a que estimou com maior acurácia os volumes ao longo do fuste e, em 83,33% dos casos obteve os melhores índices nas posições do fuste a 10%, 45%, 65%, 85% e 100% da altura total (Tabela 5). A equação de Max e Burkhart alcançou melhor pontuação na altura relativa de 25% da altura total, o que corresponde a 16,66% dos casos.

De forma semelhante ao resultado obtido para *Tectona grandis* no presente trabalho, Schneider et. al. (1996), Müller et. al. (2005), Souza (2005) e Mendonça et al. (2007) trabalhando com *Eucalyptus* spp., e Fischer et al. (1998) e Drescher et al. (1999), trabalhando com *Pinus* spp., haviam concluído que a equação do quinto grau oferece as melhores estimativas dos volumes ao longo dos fustes.

Na Figura 2 são observados os perfis médios reais e estimados para o conjunto total dos dados. As equações do quinto grau e de Max e Burkhardt foram as que apresentaram melhores estimativas dos volumes ao longo de todas as alturas relativas. A equação de Clark apresentou tendências a subestimar os volumes na maior e na menor altura relativa. A equação de Hradetzky superestimou os volumes a 10% e 45% da altura total.

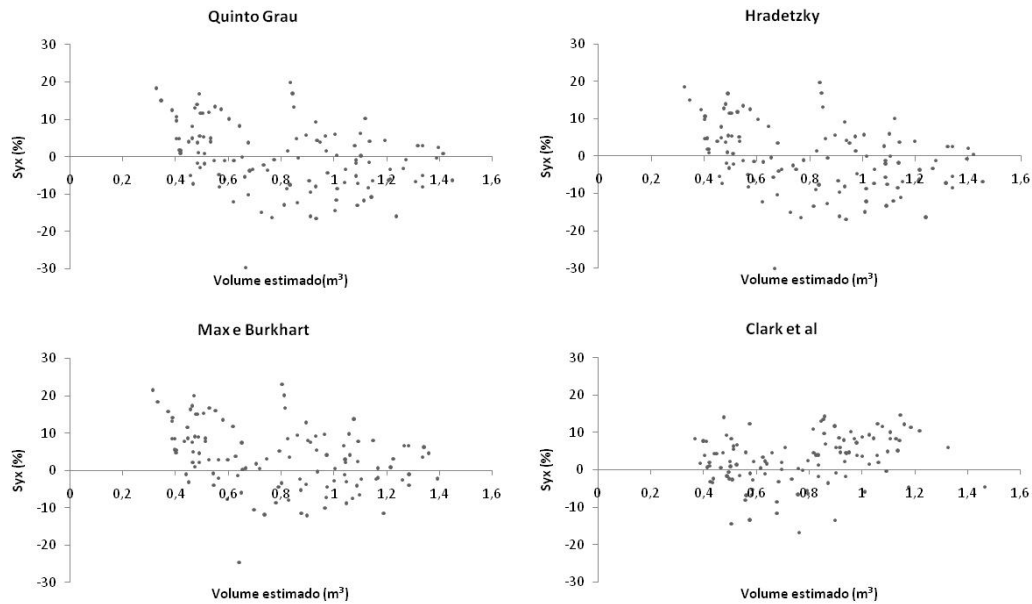
Os gráficos dos perfis médios estimados confirmaram o resultado encontrado em função do desvio (D), desvio padrão das diferenças (SD), somatório dos quadrados dos resíduos relativos (SQRR) e os resíduos percentuais (RP) onde a equação do quinto grau estimou com maior acurácia os volumes ao longo do fuste.

Foi observado também que a equação de Max e Burkhardt pode ser recomendada para a obtenção dos volumes de até os 25% iniciais das árvores de *Tectona grandis*, confirmando os resultados obtidos na aplicação deste modelo por Figueiredo Filho & Schaaf (1999) para *Pinus elliottii* Engelm. Já a equação do quinto grau desenvolvida é recomendada por ser mais acurada, e devido à sua maior simplicidade de ajuste e aplicação.

**Tabela 4.** Parâmetros e medidas de precisão estimados para os modelos ajustados por classe diamétrica e para o conjunto total de dados para *Tectona grandis*.

<b>Hradetzky</b>	$\beta_0$	5690,803	<b>Syx (%)</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj</sub></b>	<b>Quinto grau</b>	$\beta_0$	1,2945	<b>Syx (%)</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj</sub></b>
	$\beta_1$	-7399,84				$\beta_1$	-5,9442		
	$\beta_2$	-296,802				$\beta_2$	27,4711		
	$\beta_3$	2006,025				$\beta_3$	-59,9574		
	$\beta_4$	1,634				$\beta_4$	58,07		
	$\beta_5$	-2,1013				$\beta_5$	-20,7857		
	$\beta_6$	0,5676							
	$\beta_7$	-0,1328							
<b>Max e Burkhardt</b>	<b>a1</b>	0,0652	<b>Syx (%)</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj</sub></b>	<b>Clark et al.</b>	$\alpha_1$	1,2513	<b>Syx (%)</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>aj</sub></b>
	<b>a2</b>	0,9503				$\alpha_2$	-4572,8		
	$\beta_1$	24,0654				$\alpha_3$	57,9901		
	$\beta_2$	-12,9708				$\beta_1$	5,4674		
	$\beta_3$	207,6				$\gamma_1$	1,069		
	$\beta_4$	13,3995				$\gamma_2$	-6,6875		

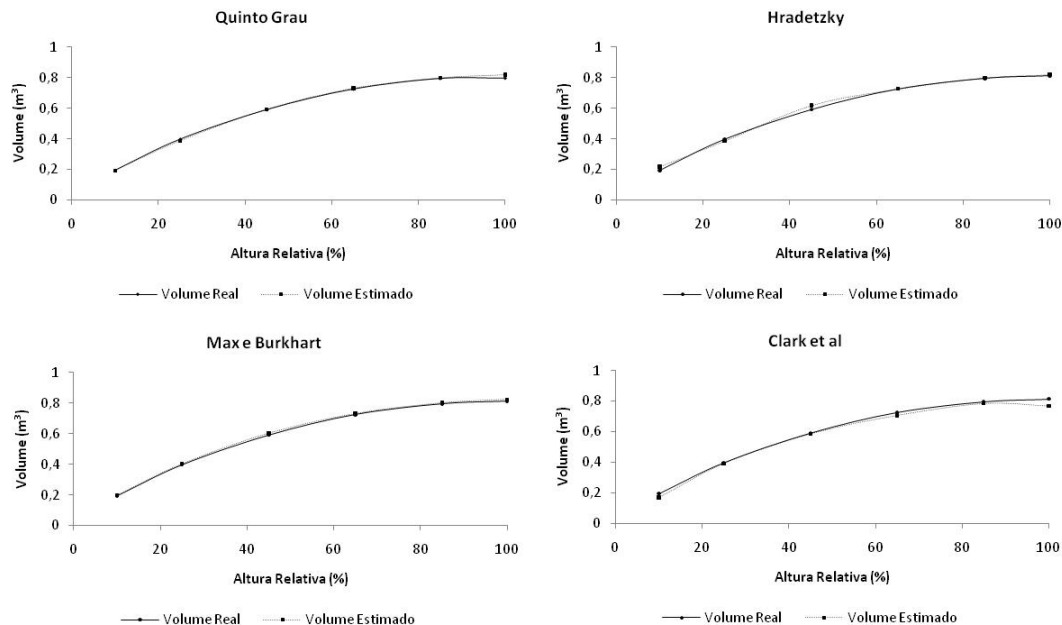




**Figura 1.** Distribuição dos resíduos percentuais (%) em função do volume estimado para os modelos ajustados para *Tectona grandis* L.f.

**Tabela 5.** Desvio (D), somatório dos quadrados dos resíduos relativos (SSRR), desvio padrão das diferenças (SD) e resíduo percentual (RP) das estimativas dos volumes ao longo do fuste das árvores de *Tectona grandis* e o somatório das notas obtidas em cada altura relativa.

		Alturas relativas de medição (%)					
Modelo	Estatística	10	25	45	65	85	100
5° grau	D	0,0014	0,0104	-0,0010	-0,0043	-0,0028	-0,0061
	SD	0,0232	0,0318	0,0421	0,0551	0,0649	0,0682
	SQRR	1,3847	0,7964	0,6383	0,7093	0,8488	0,8815
	RP	-1,2313	2,2212	0,1238	-0,0250	0,2099	-0,3128
Hradetzky	D	0,0234	-0,0119	0,0274	0,0008	0,0043	0,0083
	SD	-0,0288	-0,0324	-0,0533	-0,0548	-0,0655	-0,0690
	SQRR	-3,0207	-0,8288	-0,9097	-0,7159	-0,8630	-0,8992
	RP	13,4046	-2,6206	4,3271	-0,4951	-0,0547	0,5397
Max e Burkhart	D	-0,0042	-0,0055	-0,0113	-0,0048	-0,0053	-0,0103
	SD	0,0163	0,0306	0,0447	0,0552	0,0654	0,0691
	SQRR	0,9417	0,8376	0,6901	0,7103	0,8538	0,8969
	RP	-3,3924	-1,7947	-1,6121	-0,0916	-0,1084	-0,8173
Clark et al.	D	0,0257	0,0059	0,0052	0,0196	0,0118	0,0450
	SD	0,0321	0,0410	0,0435	0,0650	0,0558	0,0786
	SQRR	2,3244	1,2235	0,4796	0,6464	0,4849	0,7335
	RP	12,4190	-1,1123	0,1184	1,2308	0,5126	4,4305
		Notas					
5° grau		5	9	4	7	7	5
Hradetzky		13	13	13	9	10	9
Max e Burkhart		9	7	8	11	9	13
Clark et al.		13	11	15	13	12	13



**Figura 2.** Volumes médios reais e estimados pelos modelos polinomiais segmentados e não segmentados para o conjunto total dos dados para *Tectona grandis*.

## Conclusões

Para estimativa dos volumes ao longo do fuste de *Tectona grandis*, a equação do quinto grau é mais acurada que àquelas obtidas com os modelos de Hradetzky (1976), Max & Burkhar (1976) e Clark et al. (1991). A equação de Max & Burkhar (1976) é indicada para estimar os volumes na base do fuste, região onde se encontra o maior volume.

## Referências

- ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 189 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, Lavras, MG, v. 7, n. 1 p. 20-40, 2001.
- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 12, n. 1, p. 89-107, 2002.
- BEZERRA, A. F. **Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste**. 2009. 73 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- CAMPELO JÚNIOR, J. H.; CASEIRO, F. T.; FILHO, N. P.; BELLO, G. A. C.; MAITELLI, G. T.; ZANPARONI, C. A. G. P. Caracterização macroclimática de Cuiabá. In. : ENCONTRO NACIONAL DE ESTUDOS SOBRE O MEIO AMBIENTE, 7, 1991, Londrina, **Anais...** Londrina, v. 1, Comunicações, p. 542-552.
- CLARK, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for Southern tree species**. Asheville: Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p.
- CRUZ, J. P.; LEITE, H. G.; BOECHAT, C. P.; CAMPOS, J. C. C.; SMIT, L.; NOGUEIRA, G. S. Curvas de crescimento e de índice de local para povoamentos de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 32, n. 4, p. 679-685, 2008.
- DRESCHER, R.; SCHENEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Sortimentos de *pinus Pinus elliottii* Engelm para a região da serra do sudeste do estado do Rio Grande do sul Sul – Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 9, n. 2, p. 55-73, 1999.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in shothern Brazil. **Forest ecology and Management**, Amsterdam, n. 83, n. 1/2, p. 36-46, June 1996.
- FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAP, L. B. Comparision between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water dsiplacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, n. 29, p. 451–461, May 1999.
- FIGUEIREDO, E. O.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f. **Acta Amazonica**, Manaus, v. 36, n. 4, p. 465-482, 2006.

- FISCHER, F. **Eficiência dos modelos polinomiais e das razões de volume na estimativa volumétrica dos sortimentos e do perfil do fuste de *Pinus taeda***. 1997. 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.
- FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R.S.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 11, n. 1, p. 167-188, 1998.
- HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forshungsprojekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p.
- MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, Sept., 1976.
- MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; OLIVEIRA, J. T. S.; NOGUEIRA, G. S.; ASSIS, A. L. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização dos fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, p. 71-82, jan/mar. 2007.
- MÜLLER, I.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R. Forma do tronco e sortimentos de Madeira de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 15, n. 3, p. 293-305, 2005.
- NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G. L.; CAMPOS, J. C. C.; TAKIZAWA, F. H.; COUTO, L. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Tectona grandis* submetidos a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 30, n. 3, p. 377-387, 2006.
- PELLICO NETO, S.; BRENA, D. A. **Inventário florestal**. Curitiba: Ed da UFPR, 1997. 316 p.
- QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR**. 2006. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná.
- SANTOS, H. G. dos; JACOMINE, P. K. T.; ANJOS, L. H. C. dos; OLIVEIRA, V. A. de; OLIVEIRA, J. B. de; COELHO, M. R.; LUMBRERAS, J. F.; CUNHA, T. J. F. (Ed.). **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 2006. 306 p.
- SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KELIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. Forma de fuste e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Brasília, DF, v. 6, n. 1, p. 79-88, 1996.
- SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRE, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.
- SCHÖEPFER, W. **Automatisierung des massen, sorten und wertberechnung stenender Waldbestände Schriftenreihe Bad.** [S.l.]: Wurt-Forstl., 1966. Não paginado.
- SOUZA, A. N. **Crescimento, produção e análise econômica de povoamentos clonais de *eucalyptus Eucalyptus* sp. em sistemas agroflorestais**. 2005. 203 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras.
- SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de Taper não-segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Espírito Santo – Vitória.
- SOUZA, C. A. M. **Modelos de afilamento para *Pinus taeda* L. ajustados segundo a forma do tronco e métodos de estratificação**. 2009. 120 f. Tese. (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.

