

# Modelagem volumétrica para bracatinga (*Mimosa scabrella*) em povoamentos da Região Metropolitana de Curitiba

Sebastião do Amaral Machado<sup>(1)</sup>, Marco Aurélio Figura<sup>(1)</sup>, Luís César Rodrigues da Silva<sup>(1)</sup>, Saulo Jorge Téo<sup>(1)</sup>, Lorena Stolle<sup>(1)</sup> e Edílson Urbano<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Universidade Federal do Paraná, UFPR, Av. Pref. Lothário Meissner, 632, Jardim Botânico, CEP 80210-170, Curitiba-PR. E-mail: samachado@ufpr.br, figura\_floresta@hotmail.com, nabravomova@hotmail.com, sauloteo@yahoo.com.br, lorenastolle@yahoo.com.br, edurbano2@gmail.com

**Resumo** - Os objetivos desta pesquisa foram: desenvolver equações para estimativa do volume do fuste e de lenha de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.); avaliar a acurácia das estimativas, tendo como comparador os volumes verdadeiros obtidos pelo método do xilômetro e testar a validade da equação publicada por Ahrens (1981). Foram cubadas 384 árvores em bracatingais, até um diâmetro mínimo de 4 cm na ponta fina. O conjunto de validação foi composto por 55 árvores cubadas pelo xilômetro. O processo de validação utilizado baseou-se nos testes de  $\chi^2$  (qui-quadrado), diferença agregada, erro padrão da estimativa, erro médio e na distribuição gráfica dos resíduos. A melhor equação obtida para o fuste foi a provinda do modelo de Schumacher-Hall. Para lenha, foi necessário estratificar os dados, formando um conjunto com árvores de DAP < 6 cm e outro com DAP  $\geq$  6 cm, sendo a melhor equação para o primeiro a provinda do modelo Parabólico e para o segundo a do modelo de Schumacher-Hall. As equações validadas resultaram em valores de  $\chi^2$  não significativos a 5 % e sem tendências visíveis ao longo da amplitude de DAP coletada. A equação de Ahrens (1981) também teve um  $\chi^2$  não significativo a 5 %, mas apresentou uma forte subestimativa ao longo de toda a sua amplitude.

**Termos para indexação:** Equações de volume, validação, xilômetro.

## Volumetric modeling for bracatinga (*Mimosa scabrella*) in bracatinga stands in Curitiba metropolitan region

**Abstract** - The objectives of this research were: to develop equations to estimate the stem and firewood volume of bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.); to evaluate the accuracy of the estimates having as a comparator the true volumes obtained by the xylometer method; to test the validity of Ahrens' (1981) published equation. In bracatinga stands, 384 trees were measured until a minimum diameter of 4 cm at the small end. The validation set was composed by 55 trees measured by the xylometer. The  $\chi^2$  (chi-square), aggregated difference test, standard error of estimation, average error and graphical distribution of the residuals were used on validation process. The best equation obtained for the stem was provided by Schumacher-Hall model. For firewood, data were stratified, forming one set of trees with DBH < 6 cm and other with DBH  $\geq$  6 cm. The first set was best modeled using Parabolic model, while the second one performed better applying Schumacher-Hall model. The validated equations resulted in  $\chi^2$  values not significant at the level of 5% and no visible tendencies along the collected DBH extent. Ahrens' (1981) equation also had a not significant  $\chi^2$  value at 5%, but presented a strong underestimate along all its DBH extent.

**Index terms:** Volume equations, validation, xylometer.

### Introdução

A bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) é uma leguminosa pioneira de rápido crescimento, típica do planalto sul-brasileiro, ocorrendo na vegetação secundária da Floresta Ombrófila Mista. É muito tolerante às mais diversas condições edáficas, sendo,

porém, muito exigente em luz (KLEIN, 1981). Possui ciclo de vida curto, com longevidade de até 25 anos (CARVALHO, 2002), embora a maioria dos indivíduos não atinja idades tão avançadas. O uso principal de sua madeira nos arredores de Curitiba é como lenha, entretanto, a espécie é bastante versátil, podendo ser usada para a produção de madeira serrada, celulose e

painéis, como facilitadora para recuperação de ambientes degradados e para formação de pasto apícola (CARVALHO, 2002).

Por ação antrópica, forma povoamentos puros, de alta densidade, associados à passagem do fogo, denominados bracatingais. Essas associações são manejadas pelos produtores da Região Metropolitana de Curitiba (RMC) dentro de um sistema agroflorestal tradicional, com plantio de espécies anuais (milho, feijão, abóbora) ao longo do primeiro ano, intercaladas à regeneração natural da bracatinga. Após a colheita destas culturas, o bracatingal é abandonado até o momento de seu corte raso, o qual é feito entre os 6 e 8 anos de idade.

Campos et al. (1986) citaram uma produção volumétrica total de 135,8 m<sup>3</sup>/ha aos 7 anos de idade para bracatingais tradicionais na RMC. Essa elevada e precoce produtividade, aliada aos diferentes usos que sua madeira pode ter, faz da bracatinga uma espécie altamente promissora para a formação de plantios comerciais na Região Sul do País.

Para a quantificação volumétrica dos bracatingais, faz-se necessária uma ferramenta que possibilite a estimativa rápida e segura do volume individual com casca, mas que também seja prática e fácil de ser usada. Neste contexto é que se inserem as equações de volume. Recebem esta designação as funções matemáticas que relacionam uma variável de difícil obtenção, neste caso o volume, com variáveis mais facilmente mensuráveis e conseqüentemente mais baratas como o DAP (diâmetro à altura do peito), a altura total ou alguma medida que expresse a forma da árvore, embora esta última não seja muito empregada. Na área florestal, tais relações são obtidas através da análise de regressão, onde um modelo linear quase sempre é preferido, dada a sua simplicidade. O ajuste deste modelo aos dados é feito na maioria dos casos pelo método dos mínimos quadrados ordinários, por minimizar a soma dos quadrados dos desvios entre valores observados e estimados (KIRCHNER, 1988). Vários são os modelos lineares propostos na literatura florestal, muitos deles já consagrados pelo uso ou eficiência. Uma lista extensa pode ser encontrada nos trabalhos de Péllico Netto (1980) e Scolforo et al. (2004).

Embora de longa data, uma importante pesquisa na volumetria da bracatinga foi feita por Ahrens (1981). Partindo de 81 árvores-amostra, o autor comparou o ajuste de cinco modelos matemáticos para predição do

volume comercial para lenha de bracatinga, obtendo os melhores resultados com o modelo do fator de forma constante de Spurr, que não apresenta o intercepto. Este modelo foi considerado adequado por possuir uma boa distribuição gráfica dos resíduos e oferecer um bom ajuste, com um coeficiente de determinação de 0,9718 e um erro padrão da estimativa de 28,56 %, fazendo com que ele tenha sido muito empregado em inventários de bracatingais ao longo dos anos. Este foi um trabalho pioneiro para a bracatinga, em que o autor buscou captar a maior variação possível em termos de DAP, altura total, sítios, idades e formas de implantação (plantio de mudas ou regeneração por queima), justificando o alto valor do erro encontrado. O mesmo autor também recomendou o teste de outros modelos matemáticos em trabalhos futuros mais abrangentes, utilizando-se também de dados estratificados.

Sendo assim, o presente estudo teve por objetivos ajustar e comparar um elenco de modelos matemáticos visando à obtenção de equações que possibilitem estimativas seguras para o volume do fuste e para o volume comercial para lenha, ambos com casca, de árvores de bracatinga e avaliar as estimativas das equações selecionadas, juntamente com a equação de Ahrens (1981), através de testes de validação, tendo como comparador os volumes verdadeiros obtidos pelo método de deslocamento de água (xilômetro).

## Material e Métodos

### Descrição da área

A área estudada corresponde à parte da porção norte da Região Metropolitana de Curitiba (RMC), composta pelos municípios de Almirante Tamandaré, Bocaiúva do Sul, Campina Grande do Sul, Campo Magro, Colombo, Rio Branco do Sul e Tunas do Paraná, onde se concentra a maior parte dos bracatingais manejados tradicionalmente. A região possui diversas jazidas de rochas calcárias, razão pela qual ali se instalaram grandes indústrias de processamento de cal e calcário (indústrias “caieiras”) que têm na lenha de bracatinga sua principal fonte de energia. A região insere-se no domínio da Floresta Ombrófila Mista, com remanescentes já muito alterados, onde os bracatingais ocupam boa parte das propriedades, principalmente em terrenos mais declivosos.

### Seleção e cubagem das árvores amostra

Primeiramente foram selecionadas e cubadas árvores em diferentes bracatingais tradicionais, visando capturar toda a amplitude diamétrica, de forma, idade e sítios. Na sequência, os valores de DAP com casca foram distribuídos em classes para o cálculo da suficiência amostral com base na variação volumétrica em cada classe. Este procedimento possibilitou uma boa representatividade dendrométrica, garantindo que o banco de dados representasse a realidade dos bracatingais. Na Tabela 1 são apresentadas as características do banco de dados das árvores cubadas com  $DAP < 6$  cm e  $DAP \geq 6$  cm, formando dois conjuntos de dados discutidos posteriormente.

**Tabela 1.** Limites de variação das árvores amostradas por conjunto de dados.

| Conjunto | Variável     | Mínimo | Médio  | Máximo | CV %  |
|----------|--------------|--------|--------|--------|-------|
| < 6 cm   | Idade (anos) | 5,0    | 6,7    | 11,0   | 26,5  |
|          | DAP (cm)     | 4,3    | 5,3    | 5,9    | 7,9   |
|          | Hf (m)       | 2,6    | 5,3    | 8,0    | 23,2  |
|          | Ht (m)       | 7,9    | 10,4   | 12,8   | 9,4   |
|          | Vf (m³)      | 0,0034 | 0,0099 | 0,0165 | 28,9  |
|          | Vt (m³)      | 0,0034 | 0,0099 | 0,0165 | 29,0  |
| ≥ 6 cm   | Idade (anos) | 4,0    | 9,2    | 19,0   | 31,5  |
|          | DAP (cm)     | 6,0    | 13,7   | 35,0   | 46,4  |
|          | Hf (m)       | 3,7    | 9,2    | 18,9   | 24,6  |
|          | Ht (m)       | 9,0    | 14,1   | 22,1   | 20,1  |
|          | Vf (m³)      | 0,0115 | 0,1258 | 0,5407 | 99,8  |
|          | Vt (m³)      | 0,0142 | 0,1659 | 0,8998 | 114,0 |

Após a medição do DAP com casca, as árvores eram abatidas e tinham suas alturas total e do fuste tomadas, sendo depois divididas nas porções fuste e galhos. Como fuste, considerou-se a parte retilínea da árvore que ia desde o ponto de corte (toco) até seu ponto de inversão morfológica (PIM), facilmente visualizado na bracatinga pelo efeito do crescimento sob altas densidades populacionais. Os fustes foram cubados pelo método relativo de Hohenadl, dividindo-o em dez seções de igual comprimento. Os galhos foram cubados pelo método de Huber, com seções de no máximo 1 m de comprimento, até um diâmetro de 4 cm com casca, que representa o diâmetro mínimo para lenha de bracatinga estabelecido na região. O volume do fuste somado ao dos galhos compõe o volume comercial para lenha, tratado neste trabalho como volume para lenha.

Ao todo foram cubadas 312 árvores (fuste + galhos) para o volume comercial para lenha e 384 para o volume do fuste (somente fuste). Os dados das 384 árvores

incluem as 312, somando-se mais 72 que, por ocasião da coleta de dados para estudos de afilamento, não tiveram seus galhos cubados, mas foram aproveitadas neste estudo.

### Amostra de validação

Para validação de uma equação volumétrica, é essencial que as árvores utilizadas na amostra de validação não tenham participado do ajuste do modelo, não exercendo qualquer influência sobre seus coeficientes. Observando este requisito, foi formado um conjunto de dados contendo 55 árvores, buscando abranger uma boa amplitude de seus parâmetros dendrométricos, como apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2.** Limites de variação para a amostra de validação.

| Variável     | Mínimo | Médio  | Máximo | CV%  |
|--------------|--------|--------|--------|------|
| Idade (anos) | 5,0    | 10,2   | 16,0   | 26,1 |
| DAP (cm)     | 7,2    | 15,4   | 29,5   | 35,0 |
| Hf (m)       | 4,1    | 9,2    | 14,0   | 24,8 |
| Ht (m)       | 9,3    | 14,9   | 20,0   | 15,2 |
| Vf (m³)      | 0,0190 | 0,1395 | 0,4562 | 73,8 |
| Vt (m³)      | 0,0225 | 0,1889 | 0,5694 | 78,3 |

Estas árvores tiveram seus volumes verdadeiros mensurados através do método do xilômetro, sem erros por aproximações analíticas. O xilômetro utilizado compõe-se de dois tambores de óleo diesel conectados, tendo uma capacidade total de 200 litros de água, com uma escala graduada na parte externa com precisão de 0,5 dm³.

A validação das equações selecionadas para o fuste e para lenha, bem como do modelo de Ahrens (1981), foi feita através do teste de  $\chi^2$ , diferença agregada, erro padrão da estimativa e erro médio, expressos na Figura 1.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\hat{y}_i}$$

$$Syx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$

$$DA = \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \hat{y}_i$$

$$Ei = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

**Figura 1.** Estatísticas calculadas na validação das equações ( $\chi^2$  = qui-quadrado calculado; DA = diferença agregada; Syx = erro padrão da estimativa; Ei = erro médio; n = número de árvores da amostra de validação;  $y_i$  = volume verdadeiro (obtido pelo xilômetro);  $\hat{y}_i$  = volume estimado pela equação).

### Ajuste e seleção dos modelos volumétricos

Foram testados, tanto para o volume do fuste como para o volume comercial para lenha, dez modelos clássicos da literatura florestal, de simples e dupla entrada, apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3.** Modelos volumétricos testados.

| Autor                      | Modelo em sua forma linear                                         |
|----------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Brenac                     | $\ln v = \beta_0 + \beta_1 \ln d + \beta_2 1/d + \epsilon_i$       |
| Hohenadl-Krenm             | $v = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \epsilon_i$               |
| Husch                      | $\ln v = \beta_0 + \beta_1 \ln d + \epsilon_i$                     |
| Kopecki-Gehhardt           | $v = \beta_0 + \beta_1 d^2 + \epsilon_i$                           |
| Parabólico                 | $v = \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \epsilon_i$                         |
| Potência logarítmica       | $\ln v = \beta_0 + \beta_1 \ln d + \beta_2 (\ln d)^2 + \epsilon_i$ |
| Schumacher-Hall            | $\ln v = \beta_0 + \beta_1 \ln d + \beta_2 \ln h + \epsilon_i$     |
| Spurr (FF constante)       | $v = \beta_1 d^2 h + \epsilon_i$                                   |
| Spurr (logarítmica)        | $\ln v = \beta_0 + \beta_1 \ln d^2 h + \epsilon_i$                 |
| Spurr (variável combinada) | $v = \beta_0 + \beta_1 d^2 h + \epsilon_i$                         |

$v$  = volume do fuste/lenha, em  $m^3$ ;  $d$  = diâmetro à altura do peito, em cm;  $h$  = altura do fuste/total, em metros, respectivamente para o volume do fuste/lenha.

Inicialmente, ajustaram-se todos os modelos pelo método dos mínimos quadrados ordinários. Utilizando-se o gráfico de resíduos studentizados, foi feita a diagnose visual da presença de heterocedasticidade, sendo que os modelos que a possuíam foram reajustados pelo método dos mínimos quadrados ponderados. As ponderações testadas incluíram os inversos das variáveis puras ( $d$  e  $h$ ), suas exponenciações e combinações entre ambas. Os modelos logarítmicos não precisaram passar por este reajuste devido à correção da heterocedasticidade pela logaritmização das variáveis.

A escolha do melhor modelo ajustado foi baseada nos critérios usualmente empregados na literatura: coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), erro padrão da estimativa em porcentagem ( $Syx\%$ ), recalculado para os modelos logarítmicos ou que tiveram a variável dependente transformada, e análise gráfica do comportamento dos resíduos.

## Resultados e Discussão

### Volume do fuste

Os modelos aritméticos de simples entrada necessitaram da aplicação de ponderação, sendo que o peso mais eficiente foi  $1/(d^2)^2$ . Isto demonstra que o desvio padrão do erro é proporcional à área transversal das árvores, conforme descrito por Batista et al. (2004), e o uso desta proporcionalidade ao inverso torna, portanto, a variância do erro constante. Para os modelos de dupla entrada, o peso que surtiu o melhor resultado foi  $1/(d^2 h)^2$ , evidenciando que o desvio padrão do erro, neste caso, é proporcional à variável combinada. Nenhum modelo logarítmico foi ponderado, pois, como já era de se esperar, a transformação logarítmica corrigiu a heterocedasticidade. Como se pode observar na Tabela 4, os modelos de simples entrada diferiram muito pouco quanto ao  $R^2_{aj}$ , sendo que todos foram bastante elevados. Quanto aos de dupla entrada, observou-se que o  $R^2_{aj}$  não reflete de maneira muito significativa o comportamento dos modelos, pois permanecem sempre elevados e muito próximos entre si.

**Tabela 4.** Modelos ajustados e respectivas estatísticas de ajuste para o volume do fuste (ns – não significativo a 5 %; \* - significativo a 5 %; \*\* - significativo a 1 %).

| Autor                | Modelo na forma linear                                               | $R^2_{aj}$ | $Syx$   | $Syx\%$ | F          | FM       |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------|------------|---------|---------|------------|----------|
| Brenac               | $\ln v = -5,98521^{**} + 1,61904^{**} \ln d - 6,9282^{**} 1/d$       | 0,9741     | 0,03104 | 28,28   | 7204,01**  | 1,016541 |
| Hohenadl-Krenm       | $v = -0,006391^{**} - 0,000023099^{**} d + 0,000595504^{**} d^2$     | 0,9491     | 0,03282 | 29,90   | 3575,39**  | ****     |
| Husch                | $\ln v = -8,26415^{**} + 2,27522^{**} \ln d$                         | 0,9691     | 0,04081 | 37,19   | 12017,96** | 1,019759 |
| Kopecki-Gehhardt     | $v = -0,00648624^{**} + 0,000594362^{**} d^2$                        | 0,9493     | 0,03275 | 29,84   | 7169,50**  | ****     |
| Potência logarítmica | $\ln v = -10,0677^{**} + 3,81557^{**} \ln d - 0,315771^{**} \ln^2 d$ | 0,9740     | 0,03023 | 27,55   | 7185,13**  | 1,016583 |
| Parabólico           | $v = -0,0015051^{**} d + 0,000665478^{**} d^2$                       | 0,9685     | 0,03483 | 31,73   | 5883,11**  | ****     |
| Schumacher-Hall      | $\ln v = -9,18886^{**} + 2,03387^{**} \ln d + 0,703566^{**} \ln h$   | 0,9952     | 0,01511 | 13,77   | 39841,35** | 1,003035 |
| Spurr (FF cte)       | $v = 0,0000591407^{**} d^2 h$                                        | 0,9871     | 0,02099 | 19,13   | 29271,12** | ****     |
| Spurr (log)          | $\ln v = -9,44967^{**} + 0,958027^{**} \ln d^2 h$                    | 0,9916     | 0,01829 | 16,66   | 45419,26** | 1,005311 |
| Spurr (var comb)     | $v = 0,00142423^{**} + 0,0000565254^{**} d^2 h$                      | 0,9829     | 0,01882 | 17,15   | 22064,86** | ****     |

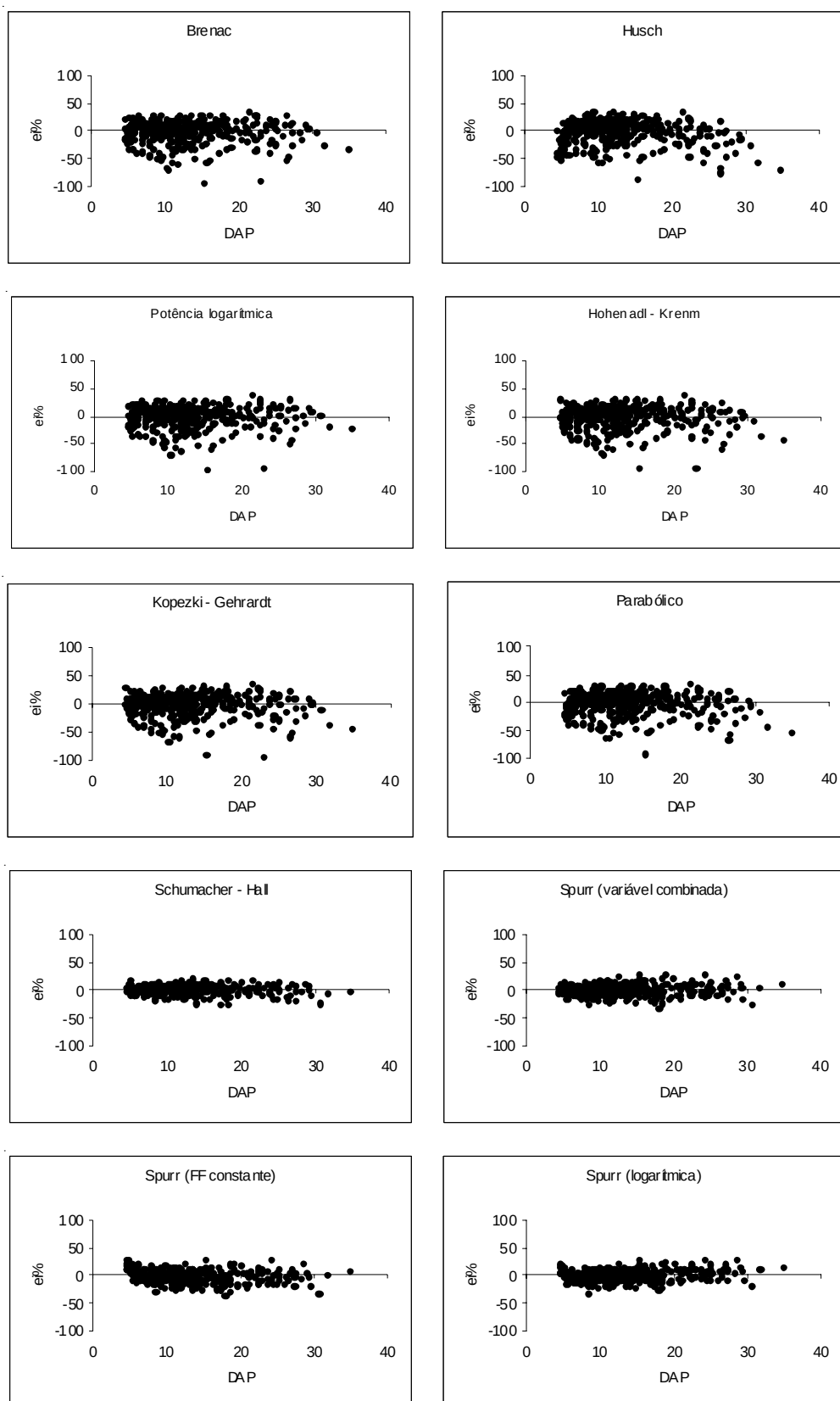
Os modelos de simples entrada apresentaram valores altos para o erro padrão da estimativa e dispersão dos resíduos mais ampla que os de dupla entrada (Figura 2), tendo como extremo o modelo de Husch, que teve o maior erro dentre todos os modelos testados. Isso se deve ao fato de que a altura do fuste apresentou baixa correlação com o diâmetro da árvore ( $r=0,44$ ), influenciada pelas condições de crescimento dos indivíduos dentro dos povoamentos. Árvores de mesmo diâmetro podem ter fustes tanto curtos quanto longos, variando a altura em que elas venceram a concorrência com outras árvores e abriram a copa, marcando o PIM. Isso faz com que somente a variável DAP não explique satisfatoriamente a variação do volume do fuste, propiciando altos valores para os resíduos. Todos os modelos de simples entrada tiveram seus coeficientes significativos a 95 % de probabilidade, com exceção da variável  $d$  do modelo de Hohenadl-Krenm. A retirada desta variável remete ao modelo de Kopezki-Gehhardt que teve seus índices de ajuste pouco alterados em relação ao modelo anterior. O modelo Parabólico, uma mescla destes dois últimos modelos, mas sem o intercepto, não atingiu resultados satisfatórios em termos de erro padrão. Os modelos logarítmicos de Husch e da Potência logarítmica são muito semelhantes entre si, diferindo apenas no termo  $\ln^2 d$ , ausente no modelo de Husch. Entretanto, a inclusão deste termo no modelo da Potência logarítmica causou um ligeiro aumento do  $R^2_{aj}$  e uma brusca diminuição do erro padrão, tornando este o melhor modelo de simples entrada entre os testados. O gráfico de resíduos do modelo de Husch também mostrou uma leve tendência curvilínea, indicando que a inclusão de um termo quadrático seria propício, o que de fato é comprovado no gráfico do modelo da Potência logarítmica, sem tendências visíveis ao longo da amplitude do DAP. O modelo de Brenac apresentou resultados muito semelhantes ao modelo da Potência

logarítmica, com um erro padrão levemente superior.

Os valores de erro padrão obtidos para os modelos de dupla entrada foram bem menores, apontando a importância da variável altura do fuste na busca de relações quantitativas com o volume do mesmo. A análise dos resíduos destes modelos mostrou distribuições uniformes e não tendenciosas, com menor amplitude (entre  $\pm 30\%$ ) que os de simples entrada. Apenas os modelos de Spurr (logarítmico) e Spurr (FF constante) apresentaram tendências a subestimar os volumes das menores árvores. No caso do modelo de Spurr (FF constante), foi clara a função e necessidade do intercepto que, ao ser inserido formando o modelo de Spurr (variável combinada), remove esta tendência por completo. O modelo de Schumacher-Hall, amplamente difundido na área florestal, apresentou excelentes índices de ajuste, configurando-se como o melhor modelo entre todos os testados para o fuste.

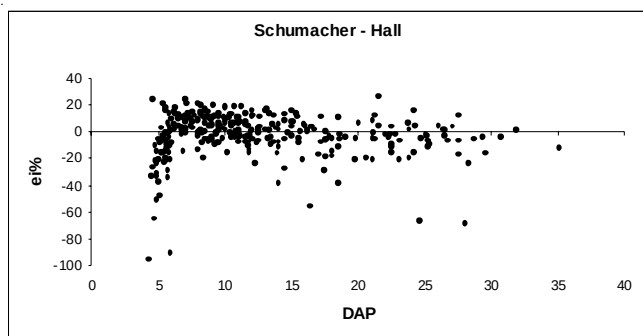
### Volume de lenha

Os modelos de dupla entrada ajustados para o volume de lenha tiveram fortes tendências de superestimativas para as menores árvores, como demonstrado para o modelo de Schumacher-Hall ajustado, conforme apresentado na Figura 3. Este comportamento mostrou claramente que a relação entre DAP e altura total com o volume de lenha das árvores menores segue um padrão diferente das maiores e deveriam ser tratadas à parte, criando a necessidade de se estratificar os dados. Sendo assim, procedeu-se à estratificação por diâmetro, iniciando-se nos 5 cm de DAP até os 8 cm (amplitude da tendência) e ajustando-se todos os modelos para cada um dos dois conjuntos de dados formados, até o ponto em que a tendência desaparecesse por completo. Este ponto foi identificado no DAP de 6 cm, formando um conjunto de dados com  $DAP < 6$  cm e outro com  $DAP \geq 6$  cm.



**Figura 2.** Gráficos de resíduos dos modelos para o fuste.





**Figura 3.** Tendência encontrada no ajuste com conjunto de dados único

Este comportamento a princípio estranho pode ter uma explicação lógica: as árvores menores possuem pequeno volume comercial para lenha dada as suas pequenas dimensões em diâmetro, porém possuem altura total razoável (~ 9 m), o que deixa um considerável volume restante não aproveitado (diâmetro mínimo menor que 4 cm). Desta forma, o volume comercial para lenha fica muito mais distante do volume total nas árvores menores do que nas maiores, alterando a relação entre as variáveis DAP, altura total e volume. Isto explicaria a tendência a superestimar os volumes das árvores menores, evidenciado nas equações, já que as árvores maiores “puxariam” os coeficientes dos modelos para valores de menores desvios em relação a si mesmas, pois estas estão em maior número e amplitude no conjunto total de dados.

As ponderações empregadas nos modelos aritméticos de melhor resultado para ambos os conjuntos de dados

foram  $1/(d^2)^2$  nos de simples entrada e  $1/(d^2h)^2$  nos de dupla entrada, da mesma forma que foram para o volume do fuste.

### Volume de lenha – árvores com DAP menor que 6 cm

Os modelos ajustados para o conjunto de árvores com  $DAP < 6$  cm apresentaram valores de  $R^2_{aj}$  menores que os tradicionalmente esperados para equações de volume, com exceção dos modelos de Spurr (FF constante) e Parabólico (Tabela 5). Estes últimos são modelos sem intercepto ou que passam pela origem dos eixos cartesianos, aproximando-se mais dos volumes de árvores menores, resultando em valores de  $R^2_{aj}$  mais altos.

Os modelos de Brenac, Potência logarítmica e Hohenadl-Krenm não tiveram nenhum de seus coeficientes estatisticamente significativos a 95 % de probabilidade, apesar do teste F ter sido significativo a 99 % de probabilidade, o que os torna inapropriados para o ajuste a este conjunto de dados.

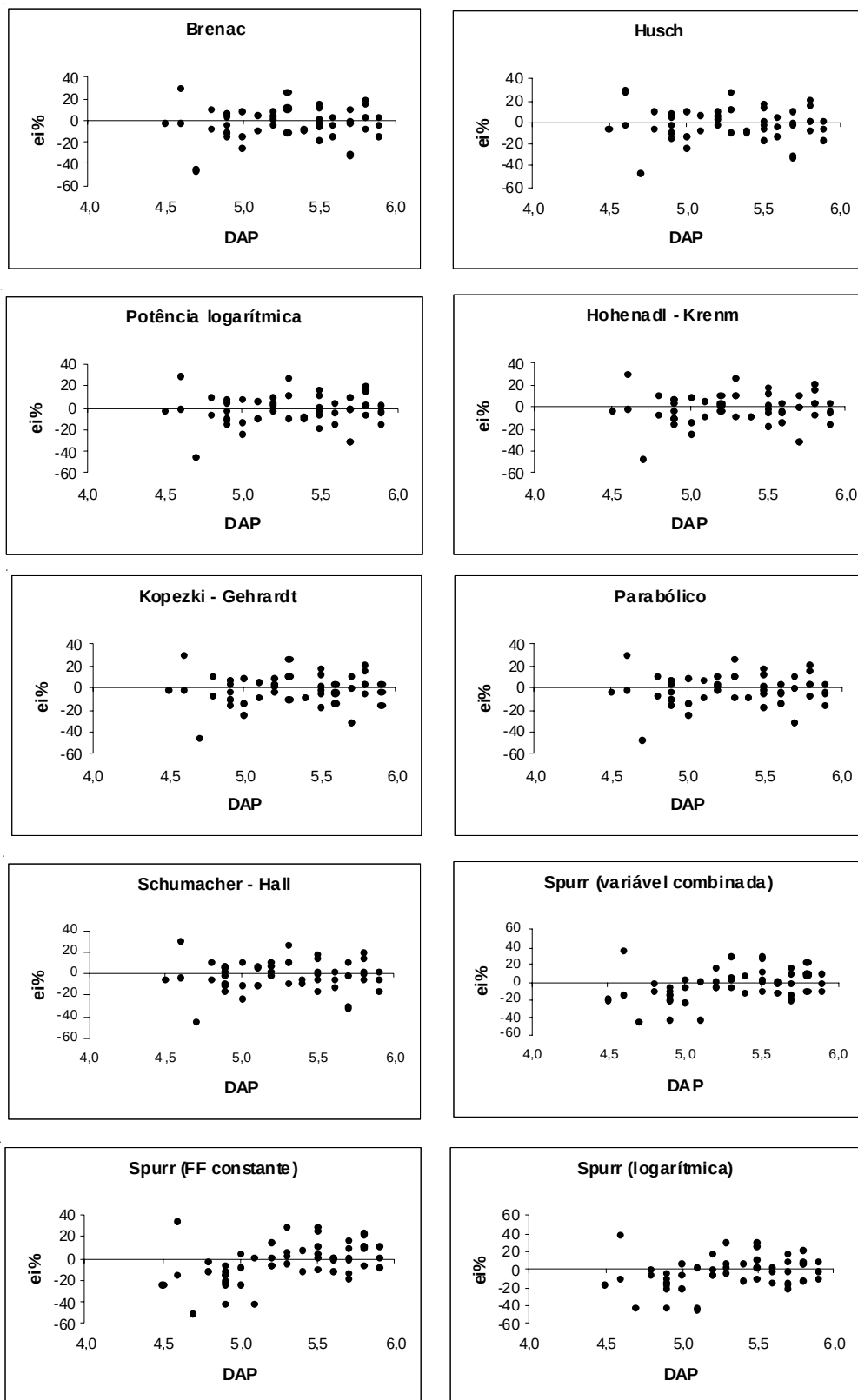
Somente os modelos de Husch, Kopecki-Gehhardt, Parabólico, Spurr (FF constante) e Spurr (logarítmico) tiveram todos os seus coeficientes significativos a 95 % de probabilidade. Dentre estes modelos citados, os de melhor desempenho foram os de simples entrada, com destaque para o modelo Parabólico que resultou no maior valor de  $R^2_{aj}$  e o menor erro padrão residual, com dispersão gráfica de resíduos não tendenciosa (Figura 4).

**Tabela 5.** Modelos ajustados e respectivas estatísticas para as árvores de DAP menor que 6 cm (ns – não significativo a 5 %; \* - significativo a 5 %; \*\* - significativo a 1 %).

| Autor                | Modelo na forma linear                                           | $R^2_{aj}$ | Syx     | Syx%  | F         | FM       |
|----------------------|------------------------------------------------------------------|------------|---------|-------|-----------|----------|
| Brenac               | $lnv = 0,331707^{ns} - 0,62997^{ns} lnd - 20,6647^{ns} 1/d$      | 0,7572     | 0,00141 | 13,93 | 77,42**   | 1,010015 |
| Hohenadl-Krenm       | $v = - 0,00080772^{ns} - 0,0020161^{ns} d + 0,00076311^{ns} d^2$ | 0,7649     | 0,00141 | 13,94 | 76,47**   | ****     |
| Husch                | $lnv = - 10,1782^{**} + 3,32762^{**} lnd$                        | 0,7657     | 0,00140 | 13,85 | 156,91**  | 1,009864 |
| Kopecki-Gehhardt     | $v = - 0,00603881^{**} + 0,000569974^{**} d^2$                   | 0,7648     | 0,00139 | 13,79 | 156,10**  | ****     |
| Potência logarítmica | $lnv = - 15,8274^{ns} + 10,1704^{ns} lnd - 2,06783^{ns} ln^2d$   | 0,7672     | 0,00141 | 13,93 | 77,46**   | 1,010011 |
| Parabólico           | $v = - 0,00232703^{**} d + 0,000792859^{**} d^2$                 | 0,9822     | 0,00139 | 13,79 | 1322,29** | ****     |
| Schumacher-Hall      | $h v = - 10,3962^{**} + 3,27477^{**} lnd + 0,130983^{ns} lnh$    | 0,7675     | 0,00140 | 13,86 | 77,56**   | 1,010001 |
| Spurr (FF cte)       | $v = 0,0000340503^{**} d^2h$                                     | 0,9696     | 0,00166 | 16,44 | 1565,40** | ****     |
| Spurr (log)          | $h v = - 11,0603^{**} + 1,13366^{**} lnd^2h$                     | 0,6419     | 0,00166 | 16,44 | 86,02**   | 1,015120 |
| Spurr (var com b)    | $v = - 0,000649829^{ns} + 0,000036341^{**} d^2h$                 | 0,6083     | 0,00166 | 16,47 | 74,53**   | ****     |

A variável altura total não foi muito influente na melhoria dos resultados, como comprova a não significância da variável  $lnh$  no modelo de Schumacher-Hall, indicando que o que realmente importa na estimativa do volume comercial de lenha em árvores de pequenas

dimensões é o DAP, não havendo necessidade de uma variável hipsométrica. Isto torna as medições em parcelas de inventário muito mais rápidas e baratas, considerando-se as altas densidades dos bracatingais jovens.



**Figura 4.** Gráficos de resíduos dos modelos para lenha (DAP < 6 cm).



### Volume de lenha – árvores com DAP maior ou igual a 6 cm

Analisando os  $R^2_{aj}$  apresentados na Tabela 6, percebe-se que os modelos de simples entrada apresentaram correlação levemente maior para o volume para lenha se comparados ao volume do fuste, bem como erros significativamente menores. Isto mostra que a relação “DAP-volume para lenha” é mais forte que a “DAP-volume do fuste”, tanto pela maior variabilidade de alturas dos fustes na segunda, prejudicando a correlação, quanto pela maior proximidade com o volume total da árvore na primeira, a qual representa uma forte relação biológica. A variação dos  $R^2_{aj}$  foi pequena para os modelos de dupla entrada.

Com exceção dos modelos de Brenac e Potência logarítmica, todos os demais tiveram seus coeficientes significativos a 99 % de probabilidade. Os modelos de simples entrada tiveram gráficos de dispersão dos resíduos muito parecidos, excetuando-se os de Kopezki-

Gehhardt e Parabólico, totalmente tendenciosos (Figura 5). O melhor deles mostrou-se o de Hohenadl-Krenm, com o menor erro padrão da estimativa,  $R^2_{aj}$  alto e ausência de tendências. É um modelo bom para inventários rápidos do estoque, onde a precisão dos resultados não é muito rigorosa ou quando os recursos são limitados. Os modelos de dupla entrada não apresentaram tendências muito nítidas nos resíduos. Os três modelos de Spurr levemente subestimam o volume das maiores árvores. Como os gráficos de resíduos foram não tendenciosos para os demais modelos, os quesitos principais para sua diferenciação caíram sobre o erro padrão e o  $R^2_{aj}$ . Como já descrito, a estatística  $R^2_{aj}$  variou muito pouco entre os modelos, não servindo como um critério muito esclarecedor a ser utilizado. Assim, o modelo de Schumacher-Hall sobressai-se, levando vantagem por apresentar o menor erro padrão da estimativa e todos os coeficientes significativos.

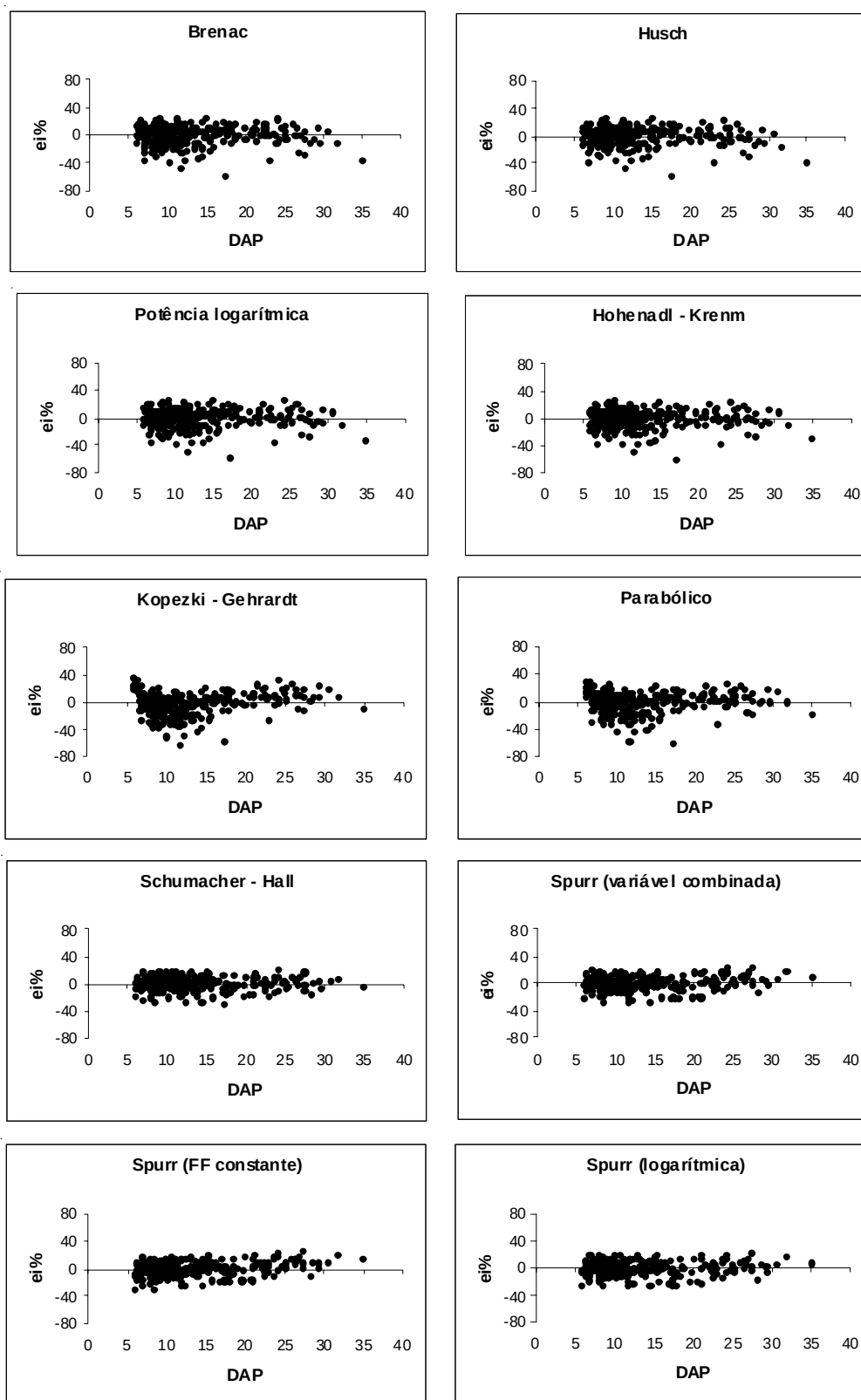
**Tabela 6.** Modelos ajustados e respectivas estatísticas para as árvores de DAP maior ou igual a 6 cm.

| Autor                | Modelo na forma linear                                        | $R^2_{aj}$ | Syx     | Syx%  | F          | FM       |
|----------------------|---------------------------------------------------------------|------------|---------|-------|------------|----------|
| Brenac               | $lnv = -8,14434^{**} + 2,34203^{**} lnd + -1,19497^{ns} 1/d$  | 0,9848     | 0,02969 | 18,10 | 8452,58**  | 1,008639 |
| Hohenadl-Krenm       | $v = 0,0240353^{**} - 0,0078456^{**} d + 0,00111^{**} d^2$    | 0,9705     | 0,02703 | 16,48 | 4289,26**  | ****     |
| Husch                | $lnv = -8,4902^{**} + 2,43759^{**} lnd$                       | 0,9848     | 0,03146 | 19,18 | 16890,24** | 1,008646 |
| Kopezki-Gehhardt     | $v = -0,01632^{**} + 0,000781483^{**} d^2$                    | 0,9581     | 0,02851 | 17,38 | 5968,90**  | ****     |
| Potência logarítmica | $lnv = -8,89312^{**} + 2,75812^{**} lnd - 0,06191^{ns} ln^2d$ | 0,9848     | 0,02871 | 17,50 | 8481,26**  | 1,008610 |
| Parabólico           | $v = -0,00334192^{**} d + 0,000929232^{**} d^2$               | 0,9821     | 0,02555 | 15,57 | 7147,16**  | ****     |
| Schumacher-Hall      | $lnv = -9,79086^{**} + 2,16699^{**} lnd + 0,752152^{**} lnh$  | 0,9923     | 0,01601 | 9,76  | 16713,34** | 1,004393 |
| Spurr (FF cte)       | $v = 0,0000445441^{**} d^2h$                                  | 0,9893     | 0,02463 | 15,02 | 24172,84** | ****     |
| Spurr (log)          | $lnv = -10,2462^{**} + 1,02902^{**} lnd^2h$                   | 0,9913     | 0,01872 | 11,41 | 29571,75** | 1,004962 |
| Spurr (var com b)    | $v = -0,00185685^{ns} + 0,0000459276^{**} d^2h$               | 0,9780     | 0,02132 | 13,00 | 11581,73** | ****     |

ns – não significativo a 5 %; \* - significativo a 5 %; \*\* - significativo a 1 %.

Diferentemente das árvores menores, para as árvores de DAP maior ou igual a 6 cm, a variável altura total é significativa e melhora sensivelmente a precisão das estimativas, reduzindo o erro padrão no caso do modelo de Schumacher-Hall para quase a metade dos calculados

para os modelos de simples entrada em geral. Isto ilustra a importância da inclusão de variáveis hipsométricas na modelagem do volume individual em bracatingais maduros.



**Figura 5.** Gráficos de resíduos dos modelos para lenha ( $DAP \geq 6$  cm).

### Validação das equações

As equações selecionadas neste estudo, juntamente com a equação de Ahrens (1981), foram submetidas à um processo de validação pelo teste de  $\chi^2$ . Pela ausência da cubagem de árvores menores que 6 cm de DAP, a equação de Schumacher-Hall para árvores destas dimensões não pôde ser validada.

Os valores calculados de  $\chi^2$  são apresentados na Tabela 7. Confrontando-os com o valor tabelado,

observou-se que todos os  $\chi^2$  calculados foram não significativos a 95 % de probabilidade, levando-se a aceitar a hipótese nula de que todos os modelos são válidos para estimativas volumétricas em bracatingais tradicionais. Para uma análise mais criteriosa, também foram reunidas na Tabela 7 mais algumas estatísticas referentes ao comportamento dos modelos frente à amostra de validação.

**Tabela 7.** Estatísticas das equações para a amostra de validação.

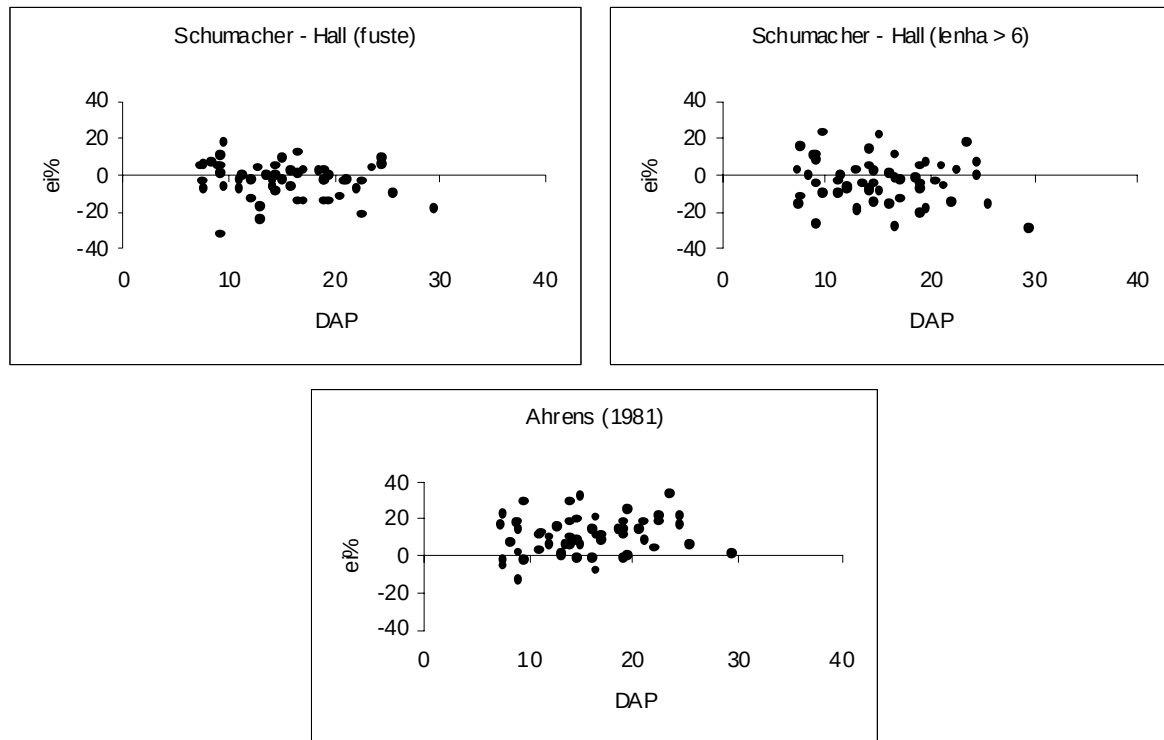
| Equação                     | Syx     | Syx%  | DA     | DA%   | Ei médio | $\chi^2$ calc | $\chi^2$ tab (95%; 54GL) |
|-----------------------------|---------|-------|--------|-------|----------|---------------|--------------------------|
| Schumacher-Hall (fuste)     | 0,01801 | 12,91 | -0,235 | -3,07 | -0,00428 | 0,06567       |                          |
| Schumacher-Hall (lenha > 6) | 0,03211 | 17,00 | -0,285 | -2,74 | -0,00518 | 0,15115       | 72,153                   |
| Ahrens (1981)               | 0,04328 | 22,91 | 1,404  | 13,51 | 0,02553  | 0,38347       |                          |

A equação de Schumacher-Hall para o fuste apresentou leve queda no erro padrão da estimativa (de 13,77 % para 12,91 %) e o de Schumacher-Hall (lenha  $\geq 6$ ) um grande aumento (de 9,76 % para 17,71 %). A equação de Ahrens (1981) teve uma brusca redução no erro padrão em comparação com o valor citado pelo autor (de 28,56 % para 22,91 %).

A diferença agregada (DA), estatística muito usada no passado como índice de ajuste de modelos, corresponde à diferença entre o somatório dos valores observados e o somatório dos valores estimados, servindo como critério indicador de sub ou superestimativas, sendo que para melhor visualização, esta foi relativizada pelo somatório dos valores observados. Os modelos de Schumacher-Hall, aplicados tanto para o fuste como para o volume para lenha, apresentaram valores negativos, porém baixos, para a diferença agregada (respectivamente, -3,07 % e -2,74 %), evidenciando uma pequena superestimativa em média por

parte das duas equações ajustadas. Este fato pode estar refletindo tendências resultantes dos métodos de cubagem empregados, visto que métodos analíticos tendem a superestimar os volumes quando comparados ao método do xilômetro, o qual fornece o volume verdadeiro. Entretanto, isto não invalida o uso destas equações, pois além da diferença ser muito pequena, a amostra de validação também o foi, com apenas 55 árvores, dadas às dificuldades existentes na cubagem através do xilômetro. Já com a equação de Ahrens (1981), ocorreu o inverso, com um valor positivo da diferença agregada de 13,51 %, indicando grande subestimativa em média por essa equação.

Os resíduos médios gerados pelas duas equações obtidas foram muito próximos de zero, o que é muito desejável, diferindo mais deste valor na equação de Ahrens (1981). A análise gráfica mais detalhada dos resíduos foi então utilizada ao longo da amplitude diamétrica dos dados de validação (Figura 6).



**Figura 6.** Distribuição de resíduos para as três equações validadas.

Ambos os modelos de Schumacher-Hall ajustados tiveram seus resíduos bem distribuídos, não apresentando nenhum ponto crítico de tendência. Levando-se em conta a grande variabilidade volumétrica da bracatinga, condicionada por variações de sítio, idade, forma, densidade e mesmo genéticas, pode-se considerar como satisfatórias e válidas as estimativas geradas pelas duas equações, fato já comprovado pelo teste de  $\chi^2$ .

A equação de Ahrens (1981) mostrou-se tendenciosa para árvores com mais de 10 cm de DAP, subestimando fortemente seus volumes, como ficou registrado no valor de diferença agregada calculada. Esse comportamento torna suas estimativas não confiáveis, muito embora o teste de  $\chi^2$  a tenha validado. Cabe aqui observar que este teste adota o quadrado dos desvios no cálculo do  $\chi^2$  não diferenciando, assim, os desvio positivos dos negativos, não sendo possível a detecção de tendências por meio dele. Por isso, são sempre necessárias análises adicionais ao teste de  $\chi^2$  como critério de validação, verificando suas estimativas. Este erro sistemático cometido pela equação de Ahrens (1981) pode ser resultado da mistura de dois conjuntos de dados que seguem linhas distintas, com indivíduos provenientes da regeneração natural e de plantios por mudas, não representando a realidade da bracatinga nos povoamentos

tradicionais. A cubagem das árvores até um diâmetro mínimo também pode ter afetado o ajuste, já que as árvores menores apresentam um padrão de correlação entre as variáveis diâmetro, altura e volume diferenciada das maiores. Sendo assim, a equação de Ahrens (1981) deve ter seu uso evitado, substituindo-a pelos modelos de Schumacher-Hall ajustados neste estudo.

### Conclusões

No âmbito deste trabalho, desenvolveram-se equações que permitem estimativas volumétricas seguras para a bracatinga, tanto para os fustes quanto para a lenha. Os bons resultados obtidos na validação destas confirmam sua aplicabilidade prática, especialmente ao se considerar que suas estimativas foram confrontadas com o volume verdadeiro de cada árvore, o qual é livre de erros por aproximações analíticas.

A credibilidade destas equações é assegurada somente dentro da amplitude dendrométrica coletada, não sendo recomendadas extrapolações para além de seus limites. Esta amplitude, porém, é ampla e cobre as mais variadas situações entre os bracatingais tradicionais.

As estimativas para o fuste não devem ser feitas a partir de modelos de simples entrada, pela baixa exatidão

dos resultados. O uso de modelos de dupla entrada torna-se muito mais apropriado pelo controle exercido pela inclusão da variável altura do fuste sobre as estimativas. Para o volume para lenha de árvores com  $DAP \geq 6$  cm, o uso do modelo de Schumacher-Hall ajustado neste estudo é recomendado. Para as árvores com  $DAP < 6$  cm, recomenda-se o uso do modelo Parabólico, não só devido ao seu bom desempenho, mas também devido à facilidade, pois o mesmo só considera a variável independente DAP.

A equação pioneira desenvolvida por Ahrens (1981) mostrou-se inapropriada para estimativas volumétricas em bracatingais, apresentando fortes tendências de subestimação. Dado a este erro sistemático, o uso desta equação deveria ser evitado, priorizando-se as equações desenvolvidas neste estudo.

### Referências

- AHRENS, S. Um modelo matemático para volumetria comercial de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., 1981, Curitiba. Bracatinga uma alternativa para reflorestamento: **anais**. Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1981. p. 77-90. (EMBRAPA-URPFCS. Documentos, 5).
- BATISTA, J. L. F.; MARQUESINI, M.; VIANA, V. M. Equações de volume para árvores de caxeta (*Tabebuia cassinoides*) no estado de São Paulo e sul do estado do Rio de Janeiro. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 65, p. 162-175, 2004.
- CAMPOS, C. H. O.; GRAÇA, L. R.; RIBAS, L. C. A produtividade do bracatingal tradicional através do tempo. **Boletim de Pesquisas Florestais**, Colombo, n. 12, p. 35-46, 1986.
- CARVALHO, P. E. R. **Bracatinga**. Colombo: Embrapa Florestas, 2002. 12 p. (Embrapa Florestas. Circular Técnica, 59).
- KIRCHNER, F. F. Análise dos mínimos quadrados. **Floresta**, Curitiba, v. 18, n. 1 e 2, p. 12-35, 1988.
- KLEIN, R. M. Aspectos fitossociológicos da bracatinga (*Mimosa scabrella*). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., 1981, Curitiba. Bracatinga uma alternativa para reflorestamento: **anais**. Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1981. p. 145-148. (EMBRAPA-URPFCS. Documentos, 5).
- PÉLLICO NETTO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais: síntese teórica. **Floresta**, Curitiba, v. 11, n. 2, p. 63-73, 1980.
- SCOLFORO, J. R. et al. Estimativas de volume, peso seco, peso de óleo e quantidade de moirões para a candeia (*Eremanthus erythropappus* (DC.) MacLeish). **Cerne**, vol. 10, nº. 1, pg. 87-102, Lavras, 2004.

---

Recebido em 31 de agosto de 2007 e aprovado em 14 de março de 2008

