

## Crêterios de estratifica o para o ajuste de fun es de afilamento em fustes de pinus

Hassan Camil David<sup>1</sup>, Ataídes Marinheski Filho<sup>1</sup>, Allan Libanio Pelissari<sup>1</sup>, Sylvio P llico Netto<sup>1</sup>, Emanuel José Gomes de Araújo<sup>2</sup>, Luiza Baum<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Paraná, Departamento de Ciências Florestais, Av. Prof. Lothário Meissner, 632, CEP 80210-170, Curitiba, PR, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Departamento de Silvicultura, BR 465, km 07, CEP 23890-000, Seropédica, RJ, Brasil

<sup>3</sup>Universidade do Contestado, Rua Roberto Ehlke, 86, CEP 89460-000, Canoinhas, SC, Brasil

\*Autor correspondente:  
hassancamil@gmail.com

**Termos para indexa o:**  
Forma de fustes  
Acurácia de fun es  
Erro padrão da estimativa

**Index terms:**  
Form of boles  
Accuracy of functions  
Estimate standard error

**Histórico do artigo:**  
Recebido em 06/02/2014  
Aprovado em 13/06/2014  
Publicado em 10/10/2014

doi: 10.4336/2014.pfb.34.79.659

**Resumo** - Este trabalho teve como objetivo avaliar a acurácia de fun es de afilamento ajustadas com e sem estratifica o, em árvores de *Pinus* sp. Foram alocados três estratos pelos cr terios de estratifica o por diâmetro a 1,3 m do solo, fator de forma artificial e quociente de forma de Schiffel. Foram testadas as fun es de Sch epfer, Kozak et al., Hradetzky, Garcia et al., Ormerod e Demaerchalk, ajustadas aos dados não estratificados, sendo selecionada aquela que apresentou o melhor desempenho quanto às estatísticas erro padrão da estimativa em porcentagem ( $s_{yx}$  %), coeficiente de determina o ajustado ( $R^2_{aj}$ ) e dispersão dos resíduos. A fun o selecionada foi ajustada com os dados estratificados e o ganho da acurácia da estratifica o foi avaliado por dois métodos estatísticos. Como resultados, a fun o de Hradetzky apresentou as melhores estatísticas de ajuste. As equa es obtidas para a popula o total e por estratos foram estatisticamente diferentes. A estratifica o por fator de forma e quociente de forma forneceram redu es expressivas do erro, atingindo valores de até 50%, porém pouco ganho foi alcançado na estratifica o por diâmetro a 1,3 m do solo. Concluiu-se que a estratifica o por fator de forma   recomendada para o ajuste de fun es de afilamento, para árvores de *Pinus* sp.

### ***Stratification criteria to fit taper functions on pine boles***

**Abstract** - This paper aimed to evaluate the accuracy of taper functions fitted with and without stratification on *Pinus* sp. trees. Three strata were allocated using diameter at 1.3 m above the ground, artificial form factor and Schiffel's form quotient as stratification criteria. Schöepfer, Kozak et al. Hradetzky, Garcia et al., Ormerod and Demaerchalk taper functions were tested and the one which best fitted to the total population was selected by statistics standard error of estimate in percentage ( $s_{yx}$  %), adjusted coefficient of determination ( $R^2_{aj}$ ) and residual scatterplots. After this, the selected function was fitted with data stratified and the gain of accuracy was evaluated by two statistical methods. As results, Hradetzky's function adjusted better when compared to the others. Equations obtained for the total population and for strata are statistically different. Stratification by form factor and by form quotient provide considerable reduction of errors, reaching up to 50%, however it was not observed expressive reduction for stratification by diameter at 1.3 above the ground. So, the stratification by form factor is recommended for fitting taper functions to boles of *Pinus* sp.

## Introdução

As espécies florestais dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus* são largamente cultivadas no Brasil para a produção de madeira, pois, além do extenso conhecimento técnico e científico de cultivo, seus povoamentos apresentam crescimento economicamente rentável. No entanto, entre as dificuldades mais expressivas para o manejo dessas culturas, encontra-se a inexistência de tabelas de sortimento apropriadas para a determinação do estoque de madeira (Schneider et al., 1996).

As tabelas de sortimento podem ser geradas por meio de funções de afilamento, as quais proporcionam otimização dos recursos florestais, pois permitem a estimativa de diâmetros ao longo do fuste e a quantificação do volume para multiprodutos (Queiroz et al., 2008). Dentre as funções de afilamento, as de potências polinomiais têm emprego bastante difundido, as quais são ajustadas por regressão linear e são expressas por variáveis que relacionam diâmetros e alturas (Machado et al., 2004).

A grande variação do perfil dos fustes resulta, entretanto, na variação dos diâmetros ao longo desses, tornando sua estimativa de difícil obtenção (Lima, 1986). Assim, Prodan (1965) elaborou pesquisas relacionadas ao perfil do fuste e observou que, para efetuar o estudo de forma, o tronco das árvores deveria ser dividido em pelo menos três seções. Essa divisão é pertinente ao fato de a base, o centro e a ponta do fuste da árvore ser semelhante a um neilóide, parabolóide e conóide, respectivamente (Souza, 2009).

Portanto, com o intuito de se reduzir erros gerados na estimação dos diâmetros ao longo dos fustes, as funções de afilamento podem ser ajustadas em segmentos, considerando pontos de mudança de forma ou por estratificação dos dados, conforme estudos desenvolvidos por Assis et al. (2001), Souza (2009) e Souza et al. (2012), em que se observou o aumento na acurácia de funções de afilamento ajustadas com a estratificação por variáveis dendrométricas, como o quociente de forma e o diâmetro a 1,3 m do solo.

Perante a carência de informações relacionadas aos critérios de estratificação para o ajuste de funções de afilamento, bem como o benefício proporcionado pela metodologia, seu conhecimento ainda é incipiente, conseqüentemente, pouco aplicado.

Dessa forma, este trabalho teve como objetivo avaliar a acurácia de funções de afilamento não segmentadas,

para povoamentos de *Pinus* sp., adotando a estratificação para diâmetro a 1,3 m do solo, fator de forma artificial e quociente de forma de Schiffel.

## Material e métodos

### Caracterização da área e coleta de dados

O estudo foi desenvolvido em povoamentos não manejados de *Pinus* sp., com espaçamento de plantio de 2,5 m x 2,0 m, implantados durante os incentivos fiscais concedidos entre as décadas de 1970 e 1980. Os plantios possuem idades que variam de 29 a 35 anos e localizam-se entre os Municípios de Rio Branco e Cerro Azul, Estado do Paraná, com latitude 25° 04' S e longitude 49° 17' W. Segundo a classificação de Köppen, o clima da região é Cfb, com topografias fortemente onduladas e montanhosas.

O inventário florestal foi feito utilizando parcelas circulares de área fixa, com tamanho de 201 m<sup>2</sup>, aproximadamente. O processo de amostragem foi sistemático, com densidade de *grid* de 80 m x 80 m. Foram coletados dados de diâmetros a 1,3 m do solo (dap) e altura total (h) das árvores das parcelas, além da cubagem de 293 fustes pelo método de Hohenadl.

### Crítérios de estratificação

A estratificação foi efetuada valendo-se do critério seletivo das mais importantes variáveis descritivas do fuste, sendo elas: diâmetro a 1,3 m do solo (dap), fator de forma artificial ( $f_{1,3m}$ ) e quociente de forma de Schiffel (Q).

O fator de forma artificial é uma razão entre o volume da cubagem rigorosa (v) do fuste e o volume de um cilindro, calculado com base no dap e na h da árvore. O quociente de forma de Schiffel expressa a razão entre o diâmetro à metade da altura total ( $d_{0,5h}$ ) e o dap (Scolforo & Thiersch, 2004).

Os estratos foram delimitados com intervalos equivalentes em amplitude, buscando reduzir a variância das variáveis dentro dos mesmos. Para se assegurar o número mínimo de árvores nos estratos extremos, considerou-se apropriado delimitar três estratos, nomeados de inferior, médio e superior. O intervalo dos estratos (equação 1) foi obtido pela divisão da amplitude total da variável observada pelo número de estratos:

$$I_e = \frac{\max - \min}{3} \quad (1)$$

Em que:  $I_e$  = intervalo dos estratos; max = valor máximo da variável e min = valor mínimo da variável.

A Tabela 1 apresenta algumas estatísticas descritivas desses três estratos estabelecidos, considerando os critérios pelas variáveis diâmetro a 1,3 m do solo, fator de forma artificial e quociente de forma de Schiffel.

### Funções de afilamento

Inicialmente foram ajustadas seis funções de afilamento (Tabela 2), sendo selecionada aquela que melhor se ajustou aos dados não estratificados. Após isso, o estudo foi conduzido utilizando apenas essa

função, a qual foi ajustada para os estratos inferior, médio e superior, estabelecidos previamente pelas variáveis de estratificação, conforme Tabela 1.

As funções lineares foram ajustadas pelo método dos mínimos quadrados e as não-lineares pelo método de Marquardt. A função de Hradetzky foi ajustada utilizando-se potências fracionárias e inteiras, variando da ordem de 0,005 a 25, as quais foram selecionadas pelo método iterativo de *stepwise* (Scolforo et al., 1998).

**Tabela 1.** Estatísticas descritivas de critérios de estratificação no ajuste de funções de afilamento em *Pinus* sp., no sul do Paraná.

Estrato	Mínimo	Média	Mediana	Máximo	CV (%)	Dap (cm) médio	Nº de árvores
<b>Estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo (cm)</b>							
Inferior	8,9	21,0	22,0	26,1	18,32	21,0	95
Médio	26,2	32,1	31,8	40,0	12,17	32,1	156
Superior	40,1	45,0	43,5	59,0	10,57	45,0	42
<b>Estratificação por fator de forma</b>							
Inferior	0,345	0,443	0,448	0,483	6,71	31,7	130
Médio	0,483	0,522	0,516	0,599	5,44	30,3	135
Superior	0,608	0,652	0,641	0,741	5,90	24,2	28
<b>Estratificação por quociente de forma</b>							
Inferior	0,348	0,628	0,639	0,674	7,07	29,7	93
Médio	0,677	0,728	0,727	0,798	4,41	31,5	172
Superior	0,799	0,845	0,835	0,974	5,36	26,5	28
Total							293

CV (%) = Coeficiente de variação em porcentagem.

**Tabela 2.** Funções de afilamento ajustadas em fustes de *Pinus* sp., no sul do Paraná.

Função	Autor (ano)	Ajuste
1	Schöepfer (1966)	$Y = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h}{H}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h}{H}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h}{H}\right)^5 + \varepsilon$
2	Kozak et al. (1969)	$Y^2 = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^2 + \varepsilon$
3	Hradetzky (1976)	$Y = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{H}\right)^x + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right)^y + \dots + \beta_3 \left(\frac{h}{H}\right)^n + \varepsilon$
4	Garcia et al. (1993)	$Y^2 = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{\left(\frac{h}{H}\right)} + \beta_2 \left(\frac{h}{H}\right) + \varepsilon$
5	Ormerod (1973)	$Y^2 = \left(\frac{H-h}{H-1,30}\right)^{2\beta_0} + \varepsilon$
6	Demaerschalk (1972)	$Y^2 = 10^{2\beta_0} \text{dap}^{(2\beta_1-2)} H^{2\beta_2} (H-h)^{2\beta_3} + \varepsilon$

Y = razão entre diâmetro *i* a uma altura *h* pelo diâmetro a 1,3 m do solo; H = altura total; dap = diâmetro a 1,3 m do solo;  $\beta_i$  = parâmetros da regressão;

### Acurácia de funções e de critérios de estratificação

As funções foram estatisticamente selecionadas obedecendo ao critério de menor erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) (equação 2), maior coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj.}^2$ ) (equação 3) e melhor dispersão gráfica dos resíduos:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{(y - \hat{y})^2}{n - p}} \quad S_{yx}(\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{y}} 100 \quad (2)$$

$$R^2 = 1 - \left( \frac{y - \hat{y}}{y - \bar{y}} \right) \quad R_{aj.}^2 = 1 - \left( \frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R^2) \quad (3)$$

Em que:  $\hat{y}$  = média da variável observada;  $y$  = valor observado da variável dependente;  $\bar{y}$  = valor estimado da variável dependente;  $n$  = número de observações e  $p$  = número de parâmetros da regressão.

Após a função ser ajustada sem e com estratificação, a acurácia da estratificação foi avaliada estatisticamente por dois métodos. O primeiro deles baseou-se na diferença relativa dos erros padrões da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) obtidos sem e com estratificação (equação 4).

$$Diferença(\%) = \left( \frac{S_{yx}(\%)_{(antes)} - S_{yx}(\%)_{(depois)}}{S_{yx}(\%)_{(antes)}} 100 \right) \quad (4)$$

Em que:  $S_{yx}(\%)_{(antes)}$  = erro padrão da estimativa em porcentagem sem estratificação; e  $S_{yx}(\%)_{(depois)}$  = erro padrão da estimativa em porcentagem com estratificação.

Assim, equação 4 foi aplicada por estrato, a fim de quantificar, com base no erro, quanto em ganho de acurácia um determinado estrato adquire com a substituição da equação global pela equação ajustada ao próprio estrato.

O segundo método correspondeu em aplicar o teste F de Graybill para identidade de modelos, permitindo verificar a igualdade entre as funções ajustadas com estratificação e aquela ajustada sem estratificação (Araújo et al., 2012b). O teste baseia-se na diferença entre a soma de quadrados dos resíduos (SQRes) do ajuste por estrato (modelo completo) e a SQRes obtida com um único ajuste, ou seja, sem a estratificação (modelo reduzido).

Como hipótese inicial, espera-se que haja igualdade entre os modelos completo e o reduzido, contra a hipótese alternativa de não igualdade. Assim, quando o valor da estatística F for maior ou igual ao valor tabelado, o teste indica que as equações sem e com estratificação não são semelhantes. O teste foi aplicado ao nível de 95% de probabilidade.

### Resultados e discussão

Na Tabela 3 estão apresentados os resultados das seis funções de afilamento ajustadas sem empregar os critérios de estratificação. Foram encontrados parâmetros significativos ao nível de 95% de probabilidade, exceto para as funções de Garcia et al. (1993) e Demaerschalk (1972). O erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) encontrado foi de no máximo 11,2%, enquanto que o coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj.}^2$ ) foi superior a 0,94.

No geral, a função de Kozak et al. (1969) apresentou o pior desempenho quanto às estatísticas avaliadas, resultados semelhantes aos encontrados por Scolforo et al. (1998), para *Pinus elliotti* Engelm e por Machado et al. (2004), para *Pinus oocarpa* Schiede. A função de Garcia et al. (1993), a qual difere da função de Kozak et al. (1969) pela elevação das variáveis independentes a 0,5, resultou em valores das estatísticas levemente superiores a esta.

A função de Hradetzky apresentou o melhor desempenho na avaliação estatística, com seleção das potências 0,005; 0,07; 2; e 3, seguido do polinômio de quinto grau de Schöepfer. Araújo et al. (2012a) e Yoshitan Junior et al. (2012) também constataram superioridade por esses dois modelos, ao avaliarem o afilamento de fustes de *Pinus* spp. e *Pinus taeda* L., respectivamente. As funções não-lineares de Demaerschalk e Ormerod apresentaram menor acurácia na estimativa, sendo isso também observado pelos autores supracitados. Por apresentarem os dois melhores desempenhos, as funções de Hradetzky e de Schöepfer foram selecionadas para a ilustração dos perfis de fuste estimados e seus respectivos resíduos.

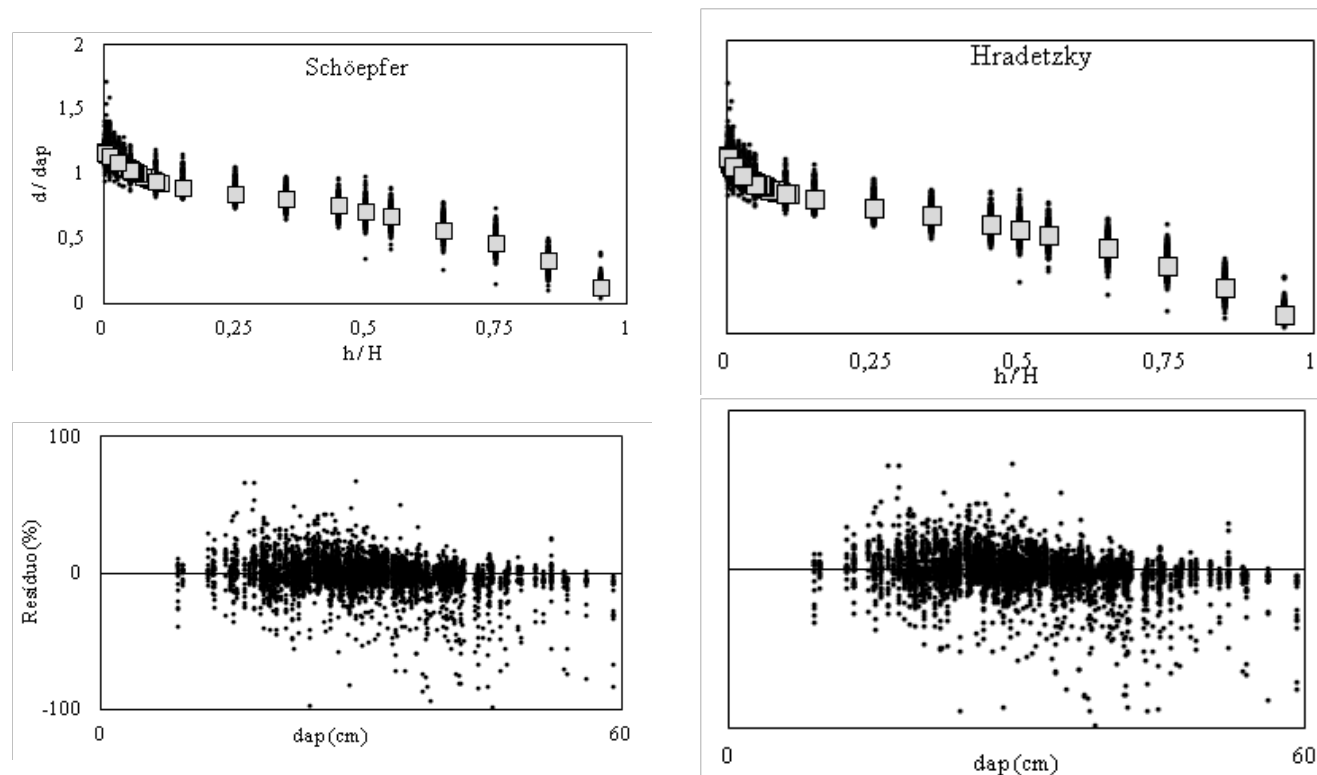
A maioria dos resíduos da estimativa dos diâmetros ao longo do fuste esteve contida entre  $\pm 25\%$  (Figura 1), com distribuições relativamente homogêneas ao longo do eixo horizontal. Quanto ao perfil do fuste, apesar de ambas as funções comportarem-se de forma muito parecida, nota-se uma sutil superioridade da função de Hradetzky, em relação à de Schöepfer, ao estimar os diâmetros da base, resultados também observados por Machado et al. (2004), para *Pinus oocarpa* e por Queiroz et al. (2008), para *Mimosa scabrella* Benth.

A análise dos resultados gráficos exibidos na Figura 1, acrescidos às estatísticas de ajuste permite selecionar a função de Hradetzky para ser ajustada conforme critérios de estratificação, cujos parâmetros e as estatísticas de precisão podem ser visualizados na Tabela 4. Os ajustes resultaram em parâmetros significativos ao nível de 95% de probabilidade.

**Tabela 3.** Estatísticas de ajuste de funções de afilamento para *Pinus* sp., no sul do Paraná.

Autor	$\beta_0$	$\beta_0$	$\beta_0$	$\beta_0$	$\beta_0$	$\beta_0$	$S_{yx}$ %	$R^2_{aj}$
Schöpfer	1,181*	-3,675*	16,677*	-37,612*	37,535*	-14,136*	8,752	0,966
Kozak et al.	1,213*	-1,823*	0,643*	-	-	-	11,219	0,944
Hradetzky	-20,889*	25,349*	-3,777*	-0,815*	0,154*	-	8,530	0,968
	(Potência)	(0,005)	(0,07)	(2)	(3)	-		
Garcia et al.	1,406*	-1,312*	-0,053 <sup>ns</sup>	-	-	-	11,128	0,945
Ormerod	0,579*	-	-	-	-	-	11,127	0,945
Demaerschalk	-0,014 <sup>ns</sup>	0,903*	-0,535*	0,671*	-	-	9,989	0,956

\* e ns = significativo e não significativo a 95% de probabilidade, respectivamente.



**Figura 1.** Perfil do fuste estimado (A e B) e resíduos da estimativa de diâmetros ao longo do fuste (C e D) de funções de afilamento para *Pinus* sp., no sul do Paraná.

Os erros padrões da estimativa em porcentagem ( $S_{yx}$  %) estiveram entre 4,1% e 9,5% (Tabela 4), aproximadamente, contra um  $S_{yx}$  % de 8,5% obtido sem estratificação (Tabela 3). Os valores de coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ) foram superiores a 0,94.

Esse ganho na acurácia dos ajustes é justificado devido à estratificação propiciar a redução da variância da variável, tornando os estratos mais homogêneos (Souza et al., 2012, Souza & Souza, 2006). O ganho foi observado para todos os estratos, exceto para o estrato inferior do critério de estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo (Tabela 4).

As potências selecionadas pela *stepwise* variaram entre os estratos e entre os critérios de estratificação. A potência de grau 0,005 foi a mais frequente, encontrada em todos os estratos, sendo que essa potência explica os diâmetros das porções superiores dos fustes. Em segundo lugar, as potências de grau 1, 3 e 4 estiveram presentes em quatro estratos, em que essas correspondem às porções inferiores dos fustes.

A maior potência selecionada foi a de grau 9, encontrada apenas no estrato inferior da estratificação por fator de forma. Esse estrato é caracterizado por apresentar árvores com fustes mais cônicos e foi o único

que apresentou cinco potências selecionadas, mostrando a eficiência da *stepwise* em aumentar a flexibilidade da função aos maiores graus de afilamento.

Em contrapartida, para essa mesma estratificação, nos estratos médio e superior foram selecionadas três potências, indicando que as árvores desses estratos possuem menor variação do afilamento de fuste, sendo suficiente apenas quatro parâmetros para a modelagem.

Os resíduos das estimativas dos diâmetros ao longo do fuste da função de Hradetzky estão apresentados por estrato, em função do diâmetro a 1,3 m do solo (Figura 2). Observa-se que a dispersão dos resíduos não apresentou tendências ao estratificar as árvores pelas variáveis dendrométricas. Tal como observado na distribuição gráfica dos resíduos para a totalidade dos dados (Figura 1), os resíduos gerados com os dados estratificados estiveram contidos, na grande maioria, entre  $\pm 25\%$ .

**Tabela 4.** Estatísticas de ajuste da função de Hradetzky ajustada por estratos, em *Pinus sp.*, no sul do Paraná.

Estrato	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$S_{yx} \%$	$R^2_{aj}$
<b>Estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo (cm)</b>								
Inferior	-32,333* (Potência)	-0,149* (1)	38,565* (0,005)	-0,529* (4)	-5,506* (0,06)	-	9,488	0,948
Médio	16,302* (Potência)	-0,149* (1)	0,187* (7)	-15,515* (0,005)	-0,804* (4)	-	7,400	0,965
Superior	13,913* (Potência)	-0,224* (1)	1,853* (6)	-13,108* (0,005)	-2,420* (5)	-	7,558	0,966
<b>Estratificação por fator de forma</b>								
Inferior	-17,431* (Potência)	-0,164* (1)	0,145* (9)	21,475* (0,005)	-0,628* (4)	-3,353* (0,07)	6,754	0,982
Médio	16,994* (Potência)	-0,037* (7)	-16,219* (0,005)	-0,721* (3)	-	-	6,271	0,981
Superior	19,415* (Potência)	-18,575* (0,005)	-1,030* (3)	0,229* (2)	-	-	4,375	0,970
<b>Estratificação por quociente de forma</b>								
Inferior	-29,243* (Potência)	-3,851* (0,09)	33,688* (0,005)	-0,555* (3)	-	-	7,146	0,981
Médio	-10,763* (Potência)	0,271* (7)	14,223* (0,005)	-0,950* (4)	-2,752* (0,07)	-	6,717	0,978
Superior	17,408* (Potência)	0,229* (2)	-16,564* (0,005)	-1,047* (3)	-	-	4,177	0,966

\* significativo a 95% de probabilidade.

Souza et al. (2012) efetuou o ajuste da função de afilamento de quinto grau e também observaram que a estratificação não comprometeu a homogeneidade da dispersão residual, sendo esse mais um indício de que a estratificação não sucede na obtenção de estimadores tendenciosos.

Por meio dos erros padrões da estimativa em porcentagem ( $S_{yx} \%$ ) gerados nos ajustes sem e com estratificação, foram calculadas as diferenças (%). Esses valores, quando positivos, refletem a redução no valor de  $S_{yx} \%$ , ou seja, ganho de acurácia ao estratificar. As diferenças (%) observadas por estrato e para a média dos estratos estão apresentadas na Tabela 5. A estratificação

por diâmetro a 1,3 m do solo (cm) foi a única que apresentou um aumento do erro padrão da estimativa em porcentagem ( $S_{yx} \%$ ), evento notado no estrato inferior. Considerando a média das diferenças (%), esse critério foi o que menos contribuiu para a redução do erro.

Sendo assim, os resultados indicam que, embora a estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo reduza a variação da forma do fuste dentro do estrato, essa variável contribui pouco para a melhoria do ajuste de modelos de afilamento de fustes de *Pinus sp.* Contudo, conforme Lejeune et al. (2009), a acurácia do ajuste pode ser aumentada com base na adição de diâmetros suplementares ao longo do fuste.

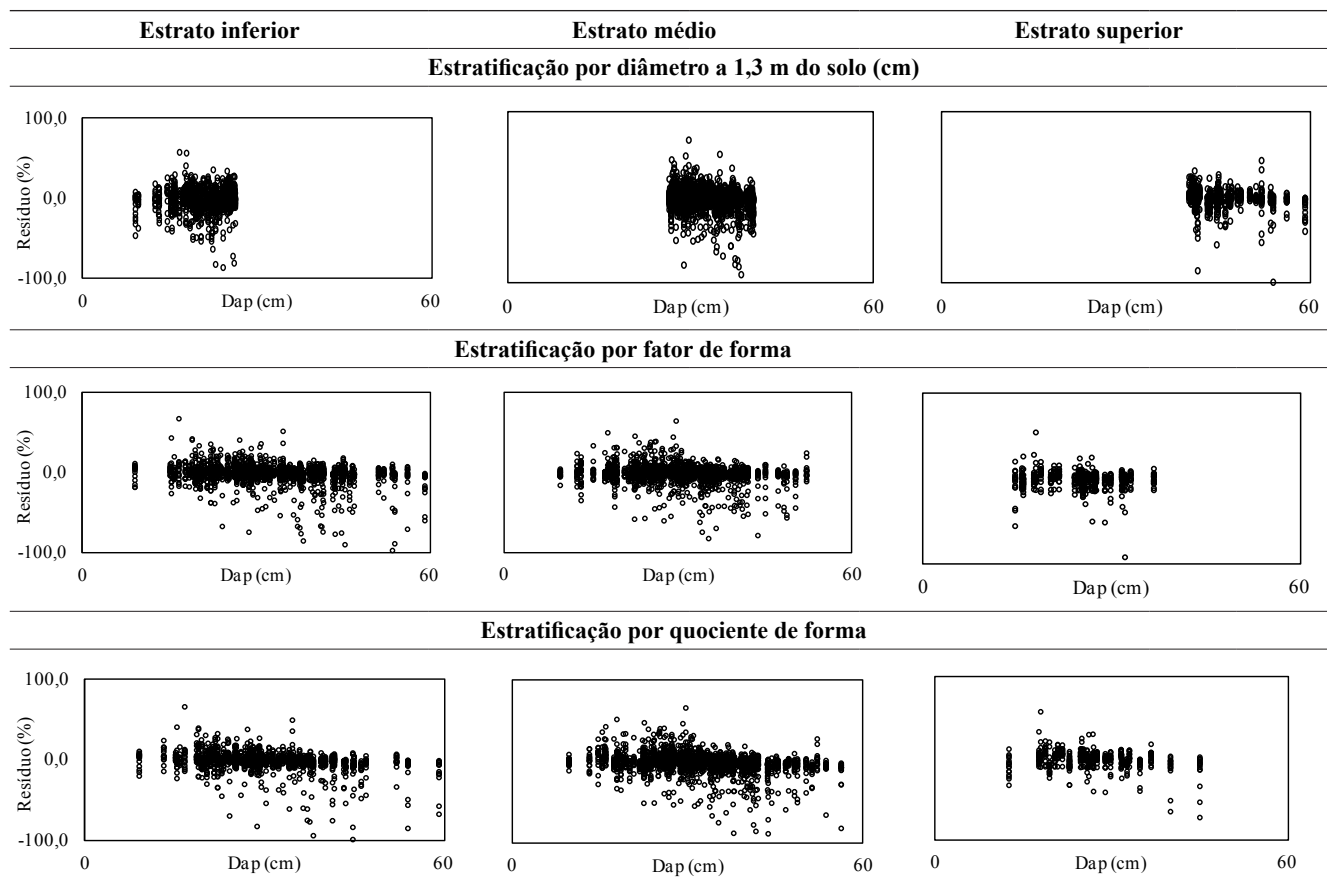


Figura 2. Residuos de estimativas do diâmetro ao longo do fuste para a fune3ao de Hradetzky, em *Pinus* sp., no sul do Paran3a.

Tabela 5. Erros padr3oes da estimativa obtidos pela fune3ao de Hradetzky ajustado sem e com estratificaça3o, para *Pinus* sp., no sul do Paran3a.

Estrato	$S_{yx}$ (%) antes	$S_{yx}$ (%) depois	Diferen3a (%)
	Estratificaça3o por diâmetro a 1,3 m do solo (cm)		
Inferior	8,530	9,488	-11,23
M3edio	8,530	7,400	13,25
Superior	8,530	7,558	11,40
M3edia			4,47
Estrato	Estratificaça3o por fator de forma		
	$S_{yx}$ (%) antes	$S_{yx}$ (%) depois	Diferen3a (%)
Inferior	8,530	6,754	20,82
M3edio	8,530	6,271	26,49
Superior	8,530	4,375	48,71
M3edia			32,01
Estrato	Estratificaça3o por quociente de forma		
	$S_{yx}$ (%) antes	$S_{yx}$ (%) depois	Diferen3a (%)
Inferior	8,530	7,146	16,23
M3edio	8,530	6,717	21,25
Superior	8,530	4,177	51,03
M3edia			29,50

A estratificação por fator de forma apresentou a maior redução dos erros, com média das diferenças (%) superior a 30%. Ainda nessa estratificação, notou-se que a diferença (%) aumentou progressivamente do estrato inferior ao superior, fato também observado para a estratificação por quociente de forma.

Esses resultados mostram que a função de Hradetzky melhora consideravelmente a acurácia do ajuste para árvores com menor grau de afilamento. Analisando isoladamente os estratos, a maior diferença (%) foi observada na estratificação por quociente de forma, com redução do erro maior que 50%, em seu estrato superior, embora na média a estratificação por fator de forma mostrou ser mais vantajosa.

Souza et al. (2012) avaliaram a estratificação por fator de forma e o ajuste do modelo polinomial de quinto grau, porém para o cálculo de volume de fustes de *Pinus taeda*. Os autores também encontraram resultados satisfatórios e recomendaram o fator de forma como variável para estratificação no cálculo de volume por sortimento.

No entanto, ambos os critérios de estratificação (fator de forma e quociente de forma) apresentaram consideráveis reduções dos erros, mostrando as suas altas correlações com o afilamento de fustes. Para verificar a possibilidade de as equações fornecerem estimativas semelhantes sem e com estratificação, foi aplicado o teste F de Graybill (Tabela 6).

**Tabela 6.** Teste F de Graybill para a função de Hradetzky ajustada, empregando critérios de estratificação para *Pinus* sp., no sul do Paraná.

Estratificação	GL (diferença)	GL (resíduo)	QM (diferença)	QM (resíduo)	F
Diâmetro a 1,3 m do solo	4	4.732	93,78	3,91	23,98*
Fator de forma	4	4.732	1.856,67	2,42	766,86*
Quociente de forma	4	4.732	1.564,18	2,67	586,19*

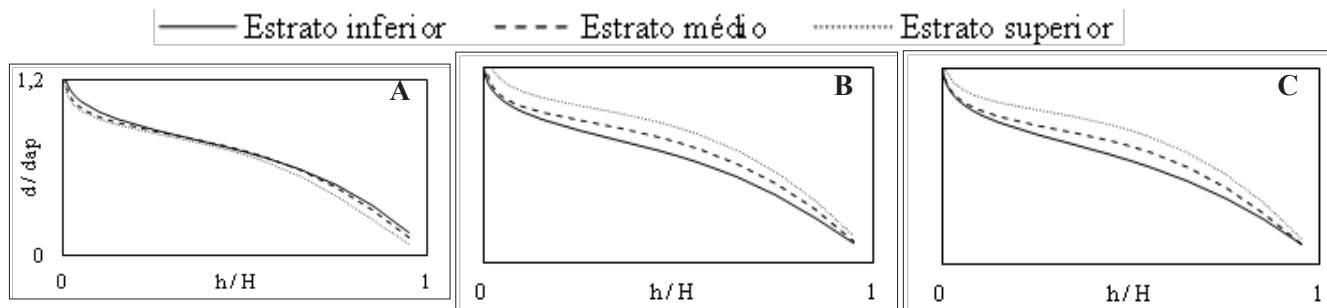
GL = Grau de liberdade; QM = Quadrado médio; \* = significância a 95% de probabilidade.

O teste de identidade revelou significância ao nível de 95% de probabilidade para os três critérios de estratificação, indicando que as equações ajustadas sem e com estratificação diferem entre si, até mesmo para a estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo.

Entre os valores de F, aquele referente ao da estratificação por fator de forma mostrou uma maior diferença entre as estimativas sem estratificação, o que confirma essa variável ser a mais adequada para o critério de estratificação.

A Figura 3 apresenta as curvas do perfil do fuste estimado pela função de Hradetzky, ajustada aos estratos alocados pelos critérios de estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo, fator de forma e quociente de forma.

Os resultados ilustrados na Figura 3 confirmam o que foi constatado pelo teste F de Graybill, em que as maiores diferenças entre estratos foram obtidas para os critérios por fator de forma e quociente de forma, ao passo que para o dap as curvas dos estratos foram mais próximas entre elas, razão pela qual foi constatado o menor valor de F para essa variável em relação às demais (Tabela 6).



**Figura 3.** Perfil do fuste estimado pela função de Hradetzky com estratificação por dap (A), fator de forma (B) e quociente de forma (C), em fustes de *Pinus* sp., no sul do Paraná..



Ainda foi notada uma semelhança entre os perfis do fuste para os critérios de fator de forma e quociente de forma, em que a posição da linha de estimativa elevou-se de patamar do estrato inferior para o superior, indicando que os ajustes por estrato são vantajosos devido a existência de variação da razão  $d/dap$ .

### Aplicabilidade da metodologia

As variáveis utilizadas como critério de estratificação desta pesquisa foram escolhidas por dois motivos condicionados à mensuração florestal. O primeiro deles deve-se ao fato de essas variáveis serem importantes na descrição e forma de fustes.

Isso tem uma importância devido ao grau de afilamento dos fustes refletirem implicitamente condições de manejo, como densidade de plantio, idade e regime de desbaste, tal como observado por Machado et al. (2004), Nogueira et al. (2008) e Téó et al. (2013).

Era esperado que as relações mais estreitas fossem alcançadas pelo fator de forma e quociente de forma, fato que foi comprovado estatisticamente, ao passo que, para o diâmetro a 1,3 m do solo, embora ter apresentado ganhos razoavelmente bons para os estratos médio e superior, na média o ganho percentual foi menor que 5%.

O outro motivo para adoção dessas variáveis refere-se à fácil obtenção das mesmas, o que torna a metodologia de baixo custo computacional, porém vantajosa no que se refere ao aumento da acurácia nas estimativas de diâmetros ao longo do fuste. Como foi apontado que resultados superiores foram obtidos na estratificação por fator de forma, a aplicação da metodologia demanda que árvores sejam cubadas para obtenção dos volumes e, posteriormente, o fator de forma.

Uma vez que a cubagem é um requisito necessário para o ajuste das funções de afilamento, a variável para estratificação pode ser calculada para cada fuste cubado. Por outro lado, para a obtenção do fator de forma de árvores que têm como variáveis mensuradas apenas o diâmetro a 1,3 m do solo e altura total, o uso de modelos de fator de forma podem ser utilizados, conforme Drescher et al. (2010) e Drescher et al. (2001).

### Conclusões

A partir das seis funções de afilamento ajustadas a fustes de *Pinus* sp. e do emprego da estratificação por diâmetro a 1,3 m do solo, fator de forma artificial e quociente de forma de Schiffel, conclui-se que:

A função de afilamento de Hradetzky é a mais precisa na estimativa de diâmetros ao longo de fustes de *Pinus* sp. A equação gerada sem estratificação difere estatisticamente daquelas ajustadas por estrato.

A estratificação por fator de forma e quociente de forma com alocação de três estratos propiciam expressivos ganhos na acurácia do ajuste. Recomenda-se a estratificação por fator de forma artificial por ela propiciar, em média, maiores ganhos na acurácia.

### Referências

- ARAÚJO, E. J. G.; PELISSARI, A. L.; DAVID, H. C.; MIRANDA, R. O. V.; PÉLLICO NETTO, S.; MORAIS, V. A.; SCOLFORO, J. R. S. Relações dendrométricas em fragmentos de povoamentos de pinus em Minas Gerais. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 32, n. 72, p. 355-366, 2012a. DOI: <http://dx.doi.org/10.4336/2012.pfb.32.72.355>
- ARAÚJO, E. J. G.; PELISSARI, A. L.; DAVID, H. C.; SCOLFORO, J. R. S.; PÉLLICO NETTO, S.; MORAIS, V. A. Relação hipsométrica para candeia (*Eremanthus erythropappus*) com diferentes espaçamentos de plantio em Minas Gerais, Brasil. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 32, n. 71, p. 257-268, 2012b. DOI: <http://dx.doi.org/10.4336/2012.pfb.32.71.257>
- ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; ACERBI JÚNIOR, F. W.; OLIVEIRA, A. D. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**, Lavras, v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.
- DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Lawrence, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.
- DRESCHER, R.; PELISSARI, A. L.; GAVA, F. H. Fator de forma artificial para povoamentos jovens de *Tectona grandis* em Mato Grosso. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 30, n. 63, p. 191-197, 2010. DOI: <http://dx.doi.org/10.4336/2010.pfb.30.63.191>
- DRESCHER, R.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; QUEIROZ, F. L. C. Fator de forma artificial de *Pinus elliottii* Engelm para a região da serra do sudeste do Estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, Santa Maria, RS, v. 31, n. 1, p. 37-42, 2001.
- GARCIA, S. L. R.; LEITE, H. G.; YARED, J. A. G. Análise do perfil do tronco de morototó (*Didymopanax morototonii*) em função do espaçamento. In: CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., 1993, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBS/SBEF, p. 485-491, 1993.
- GRAYBILL, F. A. **Theory and application of the linear model**. Belmont: Duxbury Press, 1976. 704 p.
- HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktueller forschung projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p.

- KOZAK, A.; MUNRO, D. P.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forest Chronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.
- LEJEUNE, G.; UNG, C-H.; FORTIN, M.; GUO, X. J.; LAMBERT, M-C, RUEL, J-C. A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. **European Journal of Forest Research**, Heidelberg, v. 128, p. 505-512, 2009
- LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.
- MACHADO, S. A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO FILHO, A.; FIGUEIRO, D. J. Comparação de Modelos de Afilamento do Tronco para Diferentes Idades e Regimes de Desbaste em Plantações de *Pinus oocarpa* Schiede. Embrapa Florestas. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 48, p. 41-64, 2004.
- NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; REIS, G. G.; MOREIRA, A. M. Influência do espaçamento inicial sobre a forma do fuste de árvores de *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 32, n. 5, p. 855-860, 2008.
- ORMEROD, D. W. A simple bole model. **Forest Chronicle**, Toronto, v. 49, n. 3, p. 136-138, 1973.
- PRODAN, M. **Holzmesstehre**. Frankfurt: M. J. D. Sauerländers Verlag, 1965. 644 p.
- QUEIROZ, D.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E.; KOEHLER, H. S. Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba, PR. **Floresta**, Curitiba, v. 38, n. 2, 2008.
- SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 6, n. 1, 1996.
- SCHÖEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten and Wertberechnung stenender Waalbestände Schriftenreihe Bd. [S.I.]: Wurt-Forstl.**, 1966.
- SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria Florestal: Medição, Volumetria e Gravimetria**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004. 285 p.
- SOUZA, C. A. M.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SILVA, G. F.; THOMAS, C. Eficiência de um modelo de afilamento ajustado sem e com estratificação por classe de quociente de forma para formação dos sortimentos de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, RS, v. 22, n. 1, p. 125-135, 2012.
- SOUZA, C. A. M. **Modelos de afilamento para *Pinus taeda* L. ajustados segundo a forma do tronco e métodos de estratificação**. 2009. 120 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS.
- SOUZA, A. L.; SOUZA, D. R. Análise multivariada para estratificação volumétrica de uma Floresta Ombrófila Densa de Terra Firme, Amazônia Oriental. **Revista Árvore**, Viçosa, MG, v. 30, n. 1, p. 49-54, 2006.
- TÉO, S. J.; MARCON, A.; EHLERS, T.; BIANCHI, J. C.; PELOSO, A.; NAVA, P. R.; COSTA, R. H. Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. **Floresta**, Curitiba, v. 43, n. 3, p. 439-452, 2013.
- YOSHITANI JR., M.; NAKAJIMA, N. Y.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DRUSZCZ, J. P.; HOSOKAWA, R. T.; MELLO, A. A. Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. **Floresta**, Curitiba, v. 42, n. 1, p. 169-176, 2012.